BACCALAURÉAT BLANC
SESSION 2023

Durée : 4H
Coefficient : 4

Fomesoutra.com ça soutra !

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte 4 pages numérotées 1 sur 4, 2 sur 4, 3 sur 4 et 4 sur 4.
Chaque candidat utilisera (1) une feuille de papier millimétré.
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

EXERCICE 1 (2 points)

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de chaque proposition du tableau ci-dessous suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

N°	Propositions
1.	f est une fonction d'ensemble de définition D_f et a un nombre réel n'appartenant pas à D_f. Si f admet une limite en a, alors on dit que f est prolongeable par continuité en a.
2.	$\forall\, z \in \mathbb{C}^*$ et $\forall\, z' \in \mathbb{C}^*$, on a : $arg(z \times z') = arg(z) \times arg(z') + k2\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.
3.	Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle I. S'il existe un nombre réel M tel que $\forall\, x \in I$, $\lvert f'(x)\rvert \leq M$, alors pour tous nombres réels a et b de I, on a : $\lvert f(b) - f(a) \rvert \leq M\lvert b - a\rvert$.
4.	Pour tout nombre réel$x$, $(cosx + isinx)^{10} = \cos^{10}(x) + isin^{10}(x)$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes **A, B** et **C** permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est juste. Écris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Énoncés	Informations		
		A	**B**	**C**
1.	Dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J), $(\mathcal{C}_f)$ est la représentation graphique de la fonction f. Le point $A(a\,;f(a))$ est un point d'inflexion de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ si …	La dérivée seconde f''s'annule et change de signe en a.	La dérivée f's'annule et change de signe en a.	La dérivée seconde f''s'annule et ne change pas de signe en a.
2.	Soit X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres n et p. L'écart type de X est égale à …	$\sqrt{np}$	$\sqrt{np(1-p)}$	$\sqrt{n(1-p)}$

3.	L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$, de l'inéquation : $\ln(ex) \leq \ln(2-x)$ est …	$\left]0\,;\frac{2}{1+e}\right[$	$]0\,;2[$	$\left]0\,;\frac{2}{1+e}\right]$
4.	Soit f une bijection de $[0\,;5]$ sur $[-1\,;3]$ telles que : $f(4)=2$ et $f'(4)=-1$. On a : $(f^{-1})'(2)$ est égale à …	-1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

EXERCICE 3 (3 points)

1. On considère dans $\mathbb{C}$ le polynôme P défini par : $P(z) = iz^3 + (5-2i)z^2 - (4+9i)z - 9 - 6i$.

a) Vérifie que $3i$ est une solution de l'équation : $P(z) = 0$.

b) Détermine les nombres complexes a et b tels que : $\forall z \in \mathbb{C},\ P(z) = (z-3i)(iz^2 + az + b)$.

2.

a) Calcule $(2+i)^2$.

b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $iz^2 + (2-2i)z + 2 - 3i = 0$.

c) Déduis des questions 1.a) et 2.b) les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$

3. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les points A et B d'affixes respectives $z_A = -1$ et $z_B = 3 + 2i$.

a) Détermine z_K l'affixe du point K milieu du segment [AB].

b) On désigne par (Γ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z tels que : $|z - 1 - i| = \sqrt{5}$.
Justifie que le point B appartient à (Γ).

c) Détermine (Γ).

EXERCICE 4 (3 points)

On considère les fonctions f, g, h et k définies sur $]-\infty\,;1[$ respectivement par :

$$f(x) = \frac{2x+1}{(x-1)^2} + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\ ;\ g(x) = \frac{2x+1}{(x-1)^2}\ ;\ h(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \text{ et } k(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right).$$

1.

a) Démontre que $\forall x \in]-\infty\,;1[\,;\ g(x) = \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1}$.

b) En déduis une primitive G de la fonction g sur l'intervalle $]-\infty\,;1[$.

2. On admet que la fonction k est dérivable sur $]-\infty\,;1[$ et k' sa dérivée

a) Détermine $k'(x)$.

b) En déduis que k est une primitive de la fonction h sur l'intervalle $]-\infty\,;1[$.

3.

a) Détermine les primitives F de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty\,;1[$.

b) Détermine la primitive F de f sur $]-\infty\,;1[$ qui s'annule en 0.

EXERCICE 5 **(5 points)**

Soit f une fonction dérivable et définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1 + 2\ln x}{x^2}$.

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé (O ; I ; J).
L'unité graphique est 2 cm.

1.
   a) Justifie que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$.
   b) Justifie que $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = -\infty$.
   c) Interprète graphiquement chacun des résultats des questions 1.a) et 1.b).
2.
   a) Justifie que $\forall\, x \in\,]0\,;+\infty[$, $f\,'(x) = \dfrac{-4\ln x}{x^3}$.
   b) Étudie les variations de f.
   c) Dresse le tableau de variation de f.
3. Représente graphiquement la courbe (C_f).
4. On considère la fonction g définie sur $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = 1 - x + 2\ln x$.
   On admet que g est dérivable et strictement croissante sur $]0\,;2[$ puis strictement décroissante sur $]2;+\infty[$.

   On donne $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} g(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$

   a) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]2\,;+\infty[$.
   b) Sachant que $g(1) = 0$, justifie que : $\begin{cases} \forall x \in\,]0\,;1[\, \cup\,]\alpha\,;+\infty[,\ g(x) < 0 \\ \forall x \in\,]1\,;\alpha[,\ g(x) > 0 \end{cases}$.
5. Soit h la restriction de g à l'intervalle $]2\,;+\infty[$.
   a) Justifie que h est une bijection de $]2\,;+\infty[$ dans un intervalle K à préciser.
   b) Soit h^{-1} la bijection réciproque de h.
      Donne le sens de variation de h^{-1}.
   c) Dresse le tableau de variation de h^{-1}.

EXERCICE 6 (5 points)

À la recherche de ressources financières pour réaliser leurs activités, une association de femmes rurales envisage organiser un jeu. Le comité technique d'organisation du jeu arrête les modalités suivantes :

- le jeu consistera à tirer au hasard une boule d'une urne contenant des boules rouges, des boules blanches et des boules vertes ;
- si la boule tirée est rouge, le joueur gagne 3200 F ; si elle est blanche, il perd 2400 F ; si elle est verte, il effectue un second tirage avec remise de la première. Si la seconde boule tirée est rouge, il gagne 1600 F ; si elle est blanche, il perd 600 F et si elle est verte, il perd 500 F ;
- l'urne contiendra 3 boules rouges et 4 boules blanches ;
- cependant, pour le nombre de boules vertes, le comité technique voudrait connaitre le nombre minimal de boules vertes à introduire dans l'urne pour espérer obtenir un jeu qui lui soit favorable.

N'étant pas qualifié pour ces types de calculs, il te sollicite.

En utilisant tes connaissances mathématiques au programme, propose à ce comité une solution argumentée.

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL SESSION : FEVRIER-MARS 2023

DISCIPLINE : Mathématiques **SERIE** D **Coefficient** 4 **Durée** 4h

CORRIGE	BAREME
Exercice 1 2 points	
1- Faux ; 2- Faux ; 3- Vrai ; 4- Faux $0,5\times 4$	2pts.
Exercice 2 2 points	
1- A ; 2- B ; 3- C ; 4- A $0,5\times 4$	2pts.
Exercice 3 3pts.	
1)a) $P(3i)=0$	0,25pt
b) Méthode correcte	0,25pt
$a=2-2i$ et $b=2-3i$ $0,25\times 2$	0,5pt
2)a) $(2+i)^2=3+4i$	0,25pt
b) $\Delta=-4(3+4i)=[2i(2+i)]^2$	0,25pt
$z_1=-1$ et $z_2=3+2i$ $0,25\times 2$	0,5pt.
les solutions de l'équation sont : -1 et $3+2i$	0,25pt
c) Les solutions de l'équation $P(z)=0$ sont : -1 ; $3i$ et $3+2i$	0,25pt
3)a) $z_K=\frac{z_A+z_B}{2}=1+i$	0,2pt
b) Justification correcte	0,25pt
c) $\|z-z_K\|=\sqrt{5} \Leftrightarrow KM=\sqrt{5}$; (Γ) est le cercle de centre K et de rayon $\sqrt{5}$	0,25pt
Exercice 4	
1)a) démonstration correcte	0,5pt.
b) $\forall x\in]-\infty;1[$, $G(x)=-\frac{3}{x-1}-2\ln(-x+1)+c$	0,5pt
2)a) $\forall x\in]-\infty;1[$, $k'(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	0,5pt
b) $\forall x\in]-\infty;1[$, $k'(x)=h(x)$ donc k est une primitive de h sur $]-\infty;1[$.	0,25pt
3) a) $f(x)=\frac{3}{(x-1)^2}+\frac{2}{x-1}+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ $=g(x)+h(x)$	0,25pt.

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL SESSION : FEVRIER-MARS 2023

DISCIPLINE : MATHS SERIE D Coefficient 4 Durée 4h

CORRIGE — BAREME

$\forall x \in]-\infty;1[,\ F(x) = G(x) + k(x) + c,\ (c \in \mathbb{R})$ — 0,50 pt

b) $F(0) = 0 \Leftrightarrow c = -3$ — 0,25 pt

$F(x) = \dfrac{-3}{x-1} - 2\ln(-x+1) + \ln(x + \sqrt{x^2+1}) - 3$ — 0,25 pt

Exercice 5

1) a) Justification correcte — 0,25 pt

b) Justification correcte — 0,25 pt

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ donc la droite d'équation $y = 0$ est une asymptote horizontale à $(\mathscr{C}_f)$ en $+\infty$ — 0,25 pt

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = -\infty$ donc la droite d'équation $x = 0$ est une asymptote verticale à $(\mathscr{C}_f)$. — 0,25 pt

2) a) Justification correcte — 0,5 pt

b) $\forall x \in]0;1[$, $f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante sur $]0;1[$

$\forall x \in]1;+\infty[$, $f'(x) < 0$ donc f est strictement décroissante sur $]1;+\infty[$ — $3 \times 0{,}25$ pt

c)

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	1	↘	0

— 0,25 pt

3) Construction (voir annexe) — 0,5 pt

4) a) démonstration correcte — 0,5 pt

b) Justification correcte $0{,}25 \times 2$ — 0,5 pt.

5) a) Justification correcte — 0,25 pt

$K =]-\infty; -1 + 2\ln(2)[$ — 0,25 pt

b) h^{-1} est strictement décroissante sur $]-\infty; -1 + 2\ln(2)[$ — 0,25 pt

c)

x	$-\infty$		$-1+2\ln(2)$
$h^{-1}(x)$	$+\infty$	↘	2

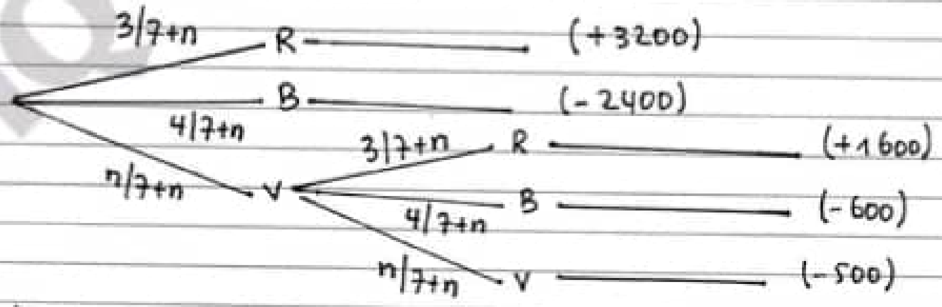
— 0,25 pt.

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL SESSION : FEVRIER-MARS 2023

DISCIPLINE : MATHS SERIE D Coefficient 4 Durée 4h

CORRIGE — Exercice 6 — BAREME

Arbre de Probabilités



valeurs de X : -2400 ; -600 ; -500 ; $+1600$; $+3200$

$P(X=-2400) = \dfrac{4}{7+n}$ $\qquad P(X=-600) = \dfrac{n}{7+n} \times \dfrac{4}{7+n} = \dfrac{4n}{(7+n)^2}$

$P(X=-500) = \dfrac{n}{7+n} \times \dfrac{n}{7+n} = \dfrac{n^2}{(7+n)^2}$ $\qquad P(X=3200) = \dfrac{3}{7+n}$.

$$E(X) = \frac{-2400 \times 4}{7+n} + \frac{-600 \times 4n}{(7+n)^2} + \frac{-500 \times n^2}{(7+n)^2} + \frac{1600 \times 3n}{(7+n)^2} + \frac{3200 \times 3}{7+n}$$

$E(X) = \dfrac{-500n^2 + 2400n}{(7+n)^2}$, le signe de $E(X)$ est celui de $-500n^2 + 2400n$

on a $E(X) = 0 \iff -500n^2 + 2400n = 0$

$\iff n(-500n + 2400) = 0$

$\iff n = 0$ ou $n = 4{,}8$

n	0		$4{,}8$		$+\infty$
$E(X)$		$+$	0	$-$	

$E(X) < 0$ pour $n = 5$.

Conclusion : Pour que la loterie soit favorable aux femmes de l'association (organisatrices), il faut que $E(X) < 0$, donc le nombre de boules vertes à introduire au minimum est 5.

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL SESSION : FEVRIER-MARS 2023

DISCIPLINE : MATHS SERIE D Coefficient 4 Durée 4h

CORRIGE			BAREME
CM_1 0,75pt	- leçon: Probabilité - choix des évènements - Calcul des probabilités - valeurs de la variable aléatoire X - loi de Probabilités - Esperance mathématique E(X) - signe de E(X) - Conclusion	2/8 ⟶ 0,25pt 4/8 ⟶ 0,5pt 5/8 ⟶ 0,75pt	
CM_2 2,5pts	- Traduction exacte des données - Calcul exact des probabilités - valeurs exactes de X - Calcul exact de E(X) - Etude correcte du signe de E(X) - valeur exacte de n - réponse correcte.	2/7 ⟶ 0,75pt 3/7 ⟶ 1pt 4/7 ⟶ 1,5pt 5/7 ⟶ 2,5pts	
CM_3 1,25pt	- démarche correcte - Précision - réponse correcte	1/3 ⟶ 0,75pt 2/3 ⟶ 1,25pt	
CP 0,5pt	- concision - originalité - présentation	1/3 ⟶ 0,25pt 2/3 ⟶ 0,5pt.	

Feuille annexe TD