

**EPREUVE DE
MATHÉMATIQUES**Durée : 3 h
Série : G2

Ce sujet comporte deux (02) pages numérotées $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{2}$. Le candidat traitera tous les exercices proposés. Toute calculatrice scientifique est acceptée sauf les calculettes programmables. Aucun document ou support n'est autorisé. Le candidat recevra une feuille de papier millimétré pour les constructions.

EXERCICE 1 : 6 points

Les enquêtes d'une ONG qui fait la promotion du blé a permis de produire le tableau de données ci-après. Le tableau sous-mentionné donne les superficies en hectares X_i de huit (08) cultivateurs de blé et Y_i les masses en tonnes de leurs récoltes, tous situés dans une même zone.

X_i	1	2	3	4	6	8	10	12
Y_i	3	5	8	11	17	20	23	26

(On établira un tableau de synthèse pour les calculs)

- 1- Construis le nuage de point de cette série. Echelle : 1 cm pour 1 ha ; 1 cm pour 1 tonnes.
- 2- Détermine les coordonnées du point moyen G.
- 3- Calcule $V(X)$; $V(Y)$; $Cov(X ; Y)$ puis interprète cette covariance.
- 4- Calcule le coefficient de corrélation linéaire r puis interprète le résultat.
- 5- Détermine une équation de la droite de régression linéaire (D) de Y en X.
- 6- Fais une estimation de la récolte de blé cultivé en tonnes pour une superficie de 15 ha.

EXERCICE 2 : 4 points

On donne le polynôme P tel que : $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$.

- 1- Vérifie que -1 est un zéro de P.
- 2- Résous dans \mathbb{R} l'équation (E) : $x^2 + x - 6 = 0$
- 3- Détermine le polynôme Q tel que $P(x) = (x + 1)Q(x)$.
Dédus-en les solutions de l'équation $P(x) = 0$.

PROBLEME : 10 points

Dans tout ce problème, le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1 cm.

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 1}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère (O; I ;J).

PARTIE A : Domaine de définition, limites et asymptotes, centre de symétrie.

- 1- a) Détermine l'ensemble de définition de la fonction f .
b) Calcule $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ puis $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$. Interprète graphiquement les résultats obtenus.
- 2- Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- 3- a) Justifie que : $\forall x \in]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$, $f(x) = 2x - 1 - \frac{3}{x-1}$.
b) Démontre que la droite (D) d'équation $y = 2x - 1$ est une asymptote oblique à (C).
c) Etudie la position relative de (C) par rapport à (D).
- 4- Démontre que le point A (1 ; 1) est un centre de symétrie à la courbe (C).

PARTIE B : Variations de f et tableau de variations de f .

- 5- Détermine les coordonnées des points B et D en lesquels (C) coupe l'axe (OI).
- 6- On admet que f est dérivable sur l'intervalle $]-\infty; 1[$ et sur $]1; +\infty[$.
a) Justifie que : $f'(x) = 2 + \frac{3}{(x-1)^2}$
b) Etudie le sens de variation de f sur $]-\infty; 1[$ et sur $]1; +\infty[$.
c) Déduis-en le tableau de variation de f sur $]-\infty; 1[$ et sur $]1; +\infty[$.

PARTIE C : Bijection de la restriction h de f et tracé de la courbe (C_h) sur $]1; +\infty[$.

Soit h la restriction de f sur l'intervalle $]1; +\infty[$.

- 1- Justifie que h est une bijection de $]1; +\infty[$ vers un intervalle K à préciser.
- 2- Déduis en le tableau de variation de la bijection réciproque h^{-1} de h .
- 3- Détermine une équation de la tangente (T) à la courbe (C_h) au point d'abscisse 2.
- 4- Recopie puis complète le tableau de valeurs suivant :
(les résultats seront donnés à 10^{-1} près) :

x	2	3	4	5	6
$h(x)$					

- 5- Construis avec précision la tangente (T), les asymptotes et la courbe (C_h) dans le repère (O ; I ;J).