EX1 (

Soit r la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $r(x) = xe^{-x}$

On considère l'équation différentielle $(E) : y' + y = r$

Soit g la fonction dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{2}x^2e^{-x}$

1. Démontrer que g est solution de l'équation (E)
2. Soit l'équation différentielle $(F) : y' + y = 0$
   a) Démontrer qu'une fonction f est solution de (E) si seulement si $f - g$ est solution de (F)
   b) Résoudre l'équation différentielle de (F)
   c) En déduire la solution f de (E) qui vérifie $f(0) = -\frac{3}{2}$

EX2

A) On considère l'équation différentielle $(E) : y' - y = -(x-1)^2$

1. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = ax^2 + bx + c$
   Déterminer a, b et c pour que g soit solution de l'équation (E).
2. Déterminer les solutions de l'équation $(E_0) : y' - y = 0$
3. Montrer que f est solution de (E) si et seulement si $(f - g)$ est une solution de (E_0)
4. Déterminer alors les solutions de (E).

B) Résoudre les équations différentielles suivantes avec les conditions initiales imposées

1. $y'' = 0$ $\quad y(0) = 3$ et $y'(1) = 2$
2. $y'' - 9y = 0$ $\quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 0$

Exercice 3 : Résous chacune équation différentielle et détermine la solution qui vérifie les conditions données :

1) $y' + 3y = 0$ et $f(0) = \frac{1}{2}$

2) $y' + \sqrt{2}y = 0$ et la courbe de f dans un $R.0.N$ admet au point d'abscisse 0 une tangente de coeff dir 1.

3) $25y'' - 16y = 0$ et $f'(0) = f(0) = 1$

Exercice 4

On considère la fonction numérique f définie sur IR par $f(x) = 1 - 2x + e^{-3x}$

de courbe représentative (C) dans un repère orthonormé (O, I, J) (unité : 2 cm).

On donne la droite (D) d'équation $y = -2x$.

Calcule l'aire $A(t)$ en cm² de la partie du plan délimitée par la courbe (C) , la droite (D) et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = t$ avec $t > 1$.

Calcule ensuite $\lim\limits_{t \to +\infty} A(t)$.

Exercice 5

1)

Calcule J = $\int_1^{e^2} \frac{1}{x\ln x}dx$;

2) On pose K = $\int_0^{\pi} e^x \cos 2x \, dx$

A l'aide de deux intégrations par parties, prouver que K = $\frac{e^{\pi} - 1}{5}$.