L M A D DJEKANOU **ANNEE SCOLAIRE : 2023 - 2024**

PREPA BAC 2024 **SERIE D**

MATHEMATIQUES N°1

EXERCICE 1

Dans le tableau ci-dessous, quatre propositions sont données. Pour chacune d'elles, écris sur ta feuille de copie le numéro suivi de VRAI si la proposition est vraie ou de FAUX si elle est fausse.

N°	PROPOSITIONS
1	Soit g une fonction et a un nombre réel. S'il existe une fonction h telle que $g \geq h$ sur $]a\,;\,+\infty[$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = -\infty$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$.
2	Si (U_n) est une suite géométrique de raison k $(k \neq 1)$, alors la somme des termes consécutifs $U_0, U_1, \ldots, U_n$ est égale à $\boldsymbol{U_0 \times \frac{k^n-1}{k-1}}$.
3	Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K. a et b sont deux éléments de K tels que $a < b$. S'il existe m et M tels que : $\forall\, x \in [a;b]$, $m \leq f'(x) \leq M$, alors M$(a-b) \leq f(a) - f(b) \leq m(a-b)$.
4	X est une variable aléatoire prenant les valeurs x_1, x_2,…, x_n avec les probabilités respectives p_1, p_2,…, p_n et d'espérance mathématique m, on appelle écart-type de X le nombre réel positif $\sigma(X)$ tel que : $\sigma(X) = \sqrt{x^2{}_1 p_1 + x^2{}_2 p_2 + \cdots + x^2{}_n p_n - m^2}$.

EXERCICE 2

Dans le tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées à chacune des questions.

Une seule des réponses est juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de la question, suivi de la lettre de la bonne réponse.

N°	QUESTIONS	PROPOSITION DE REPONSES			
		A	B	C	D
1	La valeur de $\lim\limits_{x\to0} \frac{\ln(1+sinx)}{x}$ est :	-1	2	1	0
2	Soit h une bijection de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle $h(1) = 3$ et $h'(1) = \frac{1}{2}$. h^{-1} est la bijection réciproque de h. Quel est le nombre dérivé de la bijection réciproque de h en 3 ?	2	$\frac{3}{2}$	-3	$\frac{1}{2}$
3	Quel est l'ensemble de solution de l'équation : $(lnx)^2 - 3lnx - 4 = 0$?	$\{e^1; e^{-4}\}$	$\{e^{-1}; e^4\}$	$\{e^{-1}; e^{-4}\}$	$\{e^1; e^4\}$

4	Si (V_n) est une suite arithmétique de raison $-0{,}5$ et si $V_2 = 7$, alors V_n est égal à	$7 - 0{,}5n$	$0{,}5 - 8n$	$7 - 2n$	$8 - 0{,}5n$

EXERCICE 3

Soit P le polynôme complexe défini par : $P(Z) = Z^3 + (-5 - i)Z^2 + (10 + 6i)Z - 8 - 16i$.

1.Justifie que : $P(Z) = (Z - 2i)[Z^2 + (-5 + i)Z + 8 - 4i]$.

2.a) Détermine les racines carrées du nombre complexe : $-8 + 6i$.

b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation : $Z^2 + (-5 + i)Z + 8 - 4i = 0$.

c) Déduis-en les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(Z) = 0$.

3. Dans le plan complexe muni du repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, d'unité graphique 2 cm, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $2i$, $-3 + i$ et $-2 - 2i$.

a) Place les points A, B et C.

b) Ecris sous forme algébrique le nombre complexe : $\frac{Z_B - Z_A}{Z_B - Z_C}$.

c) Déduis-en la nature du triangle ABC.

EXERCICE 4

Le tableau ci-dessous donne les notes sur 20 obtenues en Mathématiques et en PC par huit candidats de la série D au baccalauréat 2005.

x_i est la note de Mathématiques et y_i la note en PC.

x_i	4	6	7	9	11	14	12	17
y_i	5	4	6	8	10	12	9	14

1) Représente graphiquement le nuage de points associé à cette série statistique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1cm.
2) Calcule les coordonnées du point moyen G du nuage puis place le dans le repère.

3-a) Vérifie que la covariance COV(X ,Y) de la série statistique (X , Y) est égale à $\frac{57}{4}$.

b) Calcule le coefficient de corrélation linéaire.

4) Démontre qu'une équation la droite (D) de régression de Y en X est : $y = \frac{19}{22}x - \frac{17}{44}$.

5) Sur la base de l'ajustement linéaire ainsi réalisé, calcule la note probable de Mathématiques d'un candidat qui a obtenu $\frac{15}{20}$ en PC.

EXERCICE 5

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{2} + x - 2x\ln(x) \; si \; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

Partie A

On considère la fonction numérique g définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $g(x) = x - 1 - 2\ln(x)$.

1) Calcule les limites de g en 0 et en $+\infty$.

2) On admet que la fonction g est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et on note g' sa dérivée.

a) Détermine g' et étudie son signe.

b) Déduis-en le sens de variation de g et dresse son tableau de variation.

3-a) Vérifie que : $g(1) = 0$.

b) Démontre qu'il existe un unique réel $\alpha \in]3 ; 4[$ et $g(\alpha) = 0$.

Partie B

1-a) Démontre que la fonction f est continue à droite en 0.

b) La fonction f est-elle dérivable à droite en 0 ? Justifie.

c) Interprète graphiquement le résultat.

2-a) Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

b) Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interprète graphiquement le résultat.

3) La fonction f est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et on note f' sa dérivée.

a) Démontre que : $\forall \, x \in]0 ; +\infty[\, , f'(x) = g(x)$.

b) Déduis-en le signe de f' et dresse le tableau de variation de f.

4) Trace la courbe (C_f) de f.

5) Soit t un nombre réel tel que : $0 < t < 1$.

a) En utilisant une intégration par parties, calcule l'aire $\mathcal{A}(t)$ de la partie du plan comprise entre la courbe (C_f) et les droites d'équations $x = t$ et $x = 1$.

b) Calcule $\lim\limits_{t \to 0} \mathcal{A}(t)$.

EXERCICE 6

A la veille des congés de noël, les élèves de Terminale de ton établissement décident d'organiser une journée récréative. A cette journée, ils veulent organiser des jeux dont l'un se présente sous la forme suivante : dans une urne se trouvent dix jetons indiscernables au toucher dont 4 sont rouges, 2 sont verts, 3 sont blancs et 1 est noir.

Le jeu consistera à miser 200 F, puis à tirer au hasard un jeton de l'urne.

- Si le joueur tire un jeton vert, il gagne 1000 F et une enveloppe contenant un montant inconnu S.
- Si le joueur tire un jeton blanc, il gagne une enveloppe contenant un montant inconnu S.
- Si le joueur tire un jeton rouge, il paie 1000 F aux organisateurs du jeu.
- Si le joueur tire un jeton noir, il le remet dans l'urne et effectue un second tirage.
    - Si le nouveau jeton tiré est noir, il paie 300 F aux organisateurs du jeu.
    - Dans les autres cas, il gagne 200 F.

Le président du conseil scolaire veut déterminer la valeur de la somme S à mettre dans les enveloppes pour que le gain moyen d'un joueur soit 2500 F.

Ne sachant pas comment déterminer ce montant S, il te sollicite.

En utilisant tes connaissances mathématiques, trouve une solution à la préoccupation du président du conseil scolaire.