Dr QUENUM

REVISION BAC

SUJET 01

MATHEMATIQUES SERIES SCIENTIFIQUES

EXERCICE 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité est le centimètre soit A, B, C trois points d'affiche respective Z_A Z_B et Z_C tel que $Z_A = 2 + 6i$, $Z_B = 4 + 2i$ et $Z_C = 6i$.

1- *Place les points A, B et C dans le plan*
2- *a) Détermine la forme algébrique de Z telle que $Z=\frac{ZA-ZB}{ZA-ZO}$ où ZO est l'affixe de l'origine du repère*
   b) Ecris Z sous forme trigonométrique
   c) Détermine une mesure de l'angle oriente $(\widehat{\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AO}})$

3- Soit r la rotation de centre B et d'angle $-\frac{\pi}{2}$

a- *Détermine l'écriture complexe de r*
b- *Détermine l'image de O par r*
c- *Déduis-en que le triangle OAB est un triangle rectangle et isocèle en B*

EXERCICE 2

On considère les suites $(U_n)_{n \in N}$ et $(V_n)_{n \in N}$ définie par $u_0 = 4$ et $v_0 = 9$ et pour tout nombre naturel n

$U_{n+1} = \frac{2unvn}{un+vn}$ et $Vn+1= \frac{1}{2}(u_n+v_n)$

1- *Démontre par récurrence que pour tout nombre naturel n , $u_n > 0$ et $v_n > 0$*
2- *a) Déduis-en que pour tout entier naturel, $V_{n+1} - U_{n+1} = \frac{(Un-Vn)^2}{2(Un+Vn)}$*

b) Déduis-en que pour tout entier naturel, Un $\leq$Vn et que V_{n+1} - $U_{n+1} \leq \frac{1}{2}(V_n - U_n)$

b)Déduis-en par récurrence que pour tout n entier naturel, u_n-$v_n = \frac{5}{2^n}$

3-a) Démontre que la suite $(u_n)_n \in_N$ est croissante et que la suite $((v_n)n \in_N$ est décroissante.

b Déduis-en que les suites $(u_n)_n \in_N$ et $(V)_n \in_N$ convergent.

c) Démontre que les suites $(u_n)_n \in_N$ et $(V)_n \in_N$ Ont la même limite L

4-a) Démontre que pour tout entier naturel n, $(U_{n+1})X(V_{n+1})= (u_n)X(v_n)$

b) Déduis-en la valeur exacte de l.

EXERCICE 3

Le domaine de construction de ferme de PAPA de Coffi est représenté par la fonction suivante :

$$\begin{cases} f(x) = x + 1 + x^2\, ln(-x)\, avec\ \ x < 0 \\ \quad f(x) = (x+1)^2 e^{-x} avec\ x \geq 0 \end{cases}$$

1)a-Etudie les variations de $g(x) = x + 1 + 2xln(-x)$

B-Calcule $g(-1)$.

C-Déduis-en le signe de $g(x)$.

2)a-Etudie la continuité de f en 0.

B-Etudie la dérivabilité de f en 0.

3)a-Calcule $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

b- Prouve que $\forall x \in]-\infty; +0[\ ; f'(x) = g(x)$.

c-Justifie que $\forall x \in [0\,; +\infty[\,; f'(x) = (1 - x^2)e^{-x}$.

d-Dresse le tableau des variations de f.

4)a-Démontrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans $[0; +\infty[$ une solution unique α.

b-Démontrer que $\forall x \in [1; \frac{3}{2}[\ f(x) \in [1; \frac{3}{2}]$ **.**

C-Démontrer que pour tout $x \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$; $\left| f(x) \right| \leq \frac{1}{2}$

D-Déduis-en que $\forall x \in I$; $\left| f(x) - 2 \right| \leq \frac{1}{2} \left| x - \alpha \right|$ **.**

5)a-Démontrer que $\forall x \in IR$; $f(x) = e^{-x}(2x + 2) - f'(x)$.

B-Calcule $P = \int_0^2 e^{-x}(2x + 2)dx$.

C-Déduis l'aire $\mathcal{A} = \int_0^2 f(x)dx.ua$ du domaine de PAPA de Coffi.

6)a-Etudie les branches infinies de la courbe $(\mathcal{C})$ de f.

B-Représente la courbe $(\mathcal{C})$.