

**EXERCICE 1**

Soit  $P$  le polynôme défini sur  $\mathbb{R}$  par :  $P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$ .

1. a) Vérifier que  $(-1)$  est une racine de  $P$ .  
b) Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que :  $P(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$
2. On donne :  $Q(x) = 2x^2 + 5x - 3$ .  
a) Factoriser  $Q(x)$   
b) En déduire une factorisation de  $P(x)$
3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$
4. En déduire la résolution dans  $\mathbb{R}$  des équations suivantes :  
a)  $2(\ln x)^3 + 7(\ln x)^2 + 2(\ln x) - 3 = 0$   
b)  $\ln(2x + 3) + \ln(x^2 + 2x + 2) = \ln(8x + 9)$

**EXERCICE 2**

Soit la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :  $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1$

1. Démontre par récurrence que  $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \leq 2$
2. En utilisant la question 1, étudier le sens de variation de la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$
3. La suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est-elle convergente ? Pourquoi ?
4. Soit la suite  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :  $\forall n \in \mathbb{N}, V_n = U_n - 2$ 
  - a) Démontre que la suite  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
  - b) Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .
  - c) Détermine la limite de  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

**EXERCICE 3**

Une glacière contient douze (12) jus de fruit conditionnés dans des récipients indiscernables au toucher : Six (6) jus sont de gingembre, deux (2) jus sont de tamarin et quatre (4) de bissap. A la récréation, un élève choisit au hasard et simultanément trois (3) jus dans la glacière.

1. Justifie que cet élève dispose de 220 résultats possibles.
2. Soit les événements suivants :  
A : « Les trois jus choisis sont de même nature »  
B : « Le choix ne comporte aucun jus de gingembre »  
C : « Le choix comporte au moins un jus de gingembre »
  - a) Calcule la probabilité de l'évènement A.
  - b) Justifie que la probabilité de l'évènement B est  $\frac{1}{11}$
  - c) Calcule la probabilité de l'évènement C.
3. D : « Le choix comporte au plus un jus de gingembre »  
Calcule la probabilité de l'évènement D.
4. On désigne par  $X$  la variable aléatoire qui, à chaque choix associe le nombre de jus de gingembre obtenus.
  - a) Justifie que les valeurs prises par  $X$  sont : 0, 1, 2 et 3.
  - b) Détermine la loi de probabilité de  $X$ .

#### EXERCICE 4

On considère la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $f(x) = x^2 - 5 - 2\ln x$ .

1. a) Déterminer la limite de  $f$  en 0, puis donner une interprétation graphique du résultat .  
b) Vérifier que pour tout  $x$  de  $]0; +\infty[$ ,  $f(x) = x^2(1 - \frac{5}{x^2} - \frac{2\ln x}{x^2})$ .  
c) En déduire la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
2. a) Soit  $f'$  la dérivée de  $f$ . Calculer  $f'(x)$  et prouver que  $f'(x) = \frac{2(x-1)(x+1)}{x}$  pour tout  $x$  de  $]0; +\infty[$ .  
b) En déduire le signe de  $f'(x)$  sur  $]0; +\infty[$  et le sens de variation de  $f$ .  
c) Dresser le tableau de variation complet de  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .
3. Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 1.

#### EXERCICE 5

Lors d'une visite dans une entreprise qui fabrique entre 9 et 18 machines à coudre par jour, le directeur affirme que toute la production est vendue au prix de 122 000 F l'unité.

Le coût de production de  $x$  machines à coudre exprimé en milliers de francs est modélisé par la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = 2x^3 - 54x^2 + 458x$ .

L'entreprise souhaite déterminer le nombre de machine à coudre à fabriquer pour réaliser un bénéfice maximal. Il te sollicite.

Utilise tes connaissances sur les fonctions pour déterminer le nombre de machines à coudre à produire pour que le bénéfice soit maximal.