

## EXERCICE 1

Soit  $P$  le polynôme défini sur  $\mathbb{R}$  par :  $P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$ .

1. a) Vérifier que  $(-1)$  est une racine de  $P$ .  
b) Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que :  $P(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$
2. On donne :  $Q(x) = 2x^2 + 5x - 3$ .  
a) Factoriser  $Q(x)$   
b) En déduire une factorisation de  $P(x)$
3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$
4. En déduire la résolution dans  $\mathbb{R}$  des équations suivantes :  
a)  $2(\ln x)^3 + 7(\ln x)^2 + 2(\ln x) - 3 = 0$   
b)  $\ln(2x + 3) + \ln(x^2 + 2x + 2) = \ln(8x + 9)$

## EXERCICE 2

Le tableau suivant donne l'évolution, par tranche de cinq années, de la population mondiale (en milliards) entre 1990 et 2020.

Année	1990	1995	2000	2005	2010	2015	2020
Rang de l'année $x_i$	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'habitants $y_i$	5,3	5,7	6,1	6,5	7	7,4	7,8

Source: ONU, World Population Prospects 2019

Dans tout cet exercice, les résultats seront donnés à  $10^{-2}$  près par excès.

1. Représenter le nuage de points de cette série statistique double dans le plan muni du repère orthogonal  $(O, I, J)$ . On prendra 1cm pour 1 rang sur l'axe des abscisses et 2cm pour 1 milliard d'habitants sur l'axe des ordonnées. L'origine du repère sera le point de coordonnées  $(0; 4)$ .
2. On donne :  $\sum x_i = 28$  ;  $\sum y_i = 45,8$  ;  $\sum x_i^2 = 140$  ;  $\sum y_i^2 = 304,64$  ;  $\sum x_i y_i = 195$   
a) Déterminer les coordonnées du point moyen  $G$ . placer  $G$  dans le repère.  
b) Calculer les variances  $V(x)$  et  $V(y)$  puis la covariance de cette série double.  
c) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre  $x$  et  $y$ . Que peut-on en déduire ?
3. Vérifier que l'équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés est :  
 $y = 0,43x + 4,82$
4. Déterminer la population mondiale qu'il y aura en 2025 si la tendance est maintenue.

## EXERCICE 3

On dispose d'une corbeille contenant 10 citrons identiques au toucher dont 4 verts et 6 jaunes.  
On tire successivement au hasard et sans remise 3 citrons de cette corbeille.

1. Déterminer le nombre de tirages possibles.
2. Calcule la probabilité de chacun des événements suivants :
  - A : « obtenir trois citrons de la même couleur » ;
  - B : « obtenir au moins un citron vert » ;
  - C : « obtenir exactement 2 citrons jaunes » ;
  - D : « obtenir au plus 2 citrons jaunes » ;

#### EXERCICE 4

On considère la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $f(x) = x^2 - 5 - 2\ln x$ .

1. a) Déterminer la limite de  $f$  en 0, puis donner une interprétation graphique du résultat .  
b) Vérifier que pour tout  $x$  de  $]0; +\infty[$ ,  $f(x) = x^2(1 - \frac{5}{x^2} - \frac{2\ln x}{x^2})$ .  
c) En déduire la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
2. a) Soit  $f'$  la dérivée de  $f$ . Calculer  $f'(x)$  et prouver que  $f'(x) = \frac{2(x-1)(x+1)}{x}$  pour tout  $x$  de  $]0; +\infty[$ .  
b) En déduire le signe de  $f'(x)$  sur  $]0; +\infty[$  et le sens de variation de  $f$ .  
c) Dresser le tableau de variation complet de  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .
3. Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 1.

#### EXERCICE 5

Lors d'une visite dans une entreprise qui fabrique entre 9 et 18 machines à coudre par jour, le directeur affirme que toute la production est vendue au prix de 122 000 F l'unité.

Le coût de production de  $x$  machines à coudre exprimé en milliers de francs est modélisé par la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = 2x^3 - 54x^2 + 458x$ .

L'entreprise souhaite déterminer le nombre de machine à coudre à fabriquer pour réaliser un bénéfice maximal. Il te sollicite.

Utilise tes connaissances sur les fonctions pour déterminer le nombre de machines à coudre à produire pour que le bénéfice soit maximal.