PREPA BAC SESSION 2024

Niveau : $Tle\ D$

Fomesoutra.com
ça soutra !

Prof : M.TEHUA

Sujet 3

MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1

Recopie chaque numéro et fais le suivre de **VRAI** si l'énoncé est vraie ou **FAUX** si elle est fausse.

1	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, on donne les points A, B et C d'affixes respectives Z_A , Z_B et Z_C . Si le nombre $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A} \in \mathbb{R}^*$ alors les points A, B et C sont alignés.
2	Soit f une fonction continue sur $[a\,;b]$ et de représentation graphique $(\mathcal{C})$ dans le repère orthonormé $(\,O\ \ ; I\ \ ; J\,)$. Soit la droite (D) telle que $\forall x \in [a\,;b]$, $(\mathcal{C})$ est au-dessus de (D) alors $\int_a^b (f(x) - y)dx$ est l'aire en unité d'aire de la partie du plan délimitée par $(\mathcal{C})$, (D) et les droites d'équations respectives $x = a$ et $x = b$.
3	Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K. a et b deux éléments de K tel que $a < b$. S'il existe deux nombres réels m et M tels que $\forall x \in [a\,;b], m \leq f'(x) \leq M$ alors $m(a - b) \leq f(b) - f(a) \leq M(a - b)$
4	Toute fonction continue sur un intervalle K est aussi dérivable sur cet intervalle

EXERCICE 2

Ecris sur ta copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de l'affirmation correcte sans justification.

1. Les racines carrées de $-20 - 48i$ sont les nombres complexes :

A) $4 + 6i$ et $4 - 6i$	C) $4 - 6i$ et $-4 - 6i$
B) $-4 + 6i$ et $4 - 6i$	D) $4 + 6i$ et $-4 - 6i$

2. Soit la fonction $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 1} + x$. La limite de f en $-\infty$ est :

A) -2	C) $-\infty$
B) 2	D) $+\infty$

3. Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètre n et p telles que $n = 100$, $p \in [0\,;1]$ et écart type $\sigma(X) = 5$ alors la valeur de p est :

A) 0,4	C) 0,5
B) 0,6	D) 0,8

4. Les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $9y'' - 49y = 0$ sont les fonctions :

A) $A\cos(3x) + B\sin(3x)$	C) $Ae^{\frac{7}{3}x} + Be^{\frac{7}{3}x}$
B)) $A\cos(7x) + B\sin(7x)$	D) $Ae^{\frac{7}{3}x} + Be^{\frac{-7}{3}x}$

EXERCICE 3

On étudie la croissance du nombre de batteries dans un bouillon de culture, en présence d'un antibiotique. En effectuant une mesure du nombre de bactéries toutes les 20 minutes, on obtient le tableau suivant :

N° de la mesure x_i	0	1	2	3	4
Nombre de bactéries par ml y_i	100	230	500	1200	2600

1. Représente le nuage de points associé à cette série statistique. (Unité : 1cm pour 200 bactéries et 4cm pour 20minutes)

2. On pose $Z_i = lny_i$.

Calcule pour chaque valeur de i, la valeur décimale approchée de Z_i à 10^{-2} près par défaut.

3. Détermine une équation de la droite de régression de Z en fonction de X.

4. Justifie que Y et X sont reliées par une relation $Y = Ae^{BX}$ Où A et B sont deux valeurs à déterminer.

5. Donner une estimation du nombre de bactéries en ml dont le numéro de la mesure est 10.

EXERCICE 4

On considère le polynôme complexe $P(z) =: z^3 - (7 + 6i)z^2 + (10 + 26i)z + 6 - 24i$.

1.) Sachant que $P(z) = 0$ admet une solution réelle, déterminer cette solution

2. On pose $P(z) = (z - 3)(z^2 + az + b)$

a) Déterminer les nombres complexes a et b

b) Résoudre l'équation$P(z) = 0$ dans $\mathbb{C}$

3. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J), d'unité 2 cm, on donne les points A, B et C d'affixes respectives : $1 + i$; 3 ; $3 + 5i$.

a) Placer A, B et C et démontrer que le triangle ABC est rectangle.

b) Déterminer l'affixe du point D tel que le quadrilatère $ABDC$ soit un rectangle.

EXERCICE 5

Partie A : Étude de la fonction auxiliaire g

Soit g la fonction de variable x définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = x^2 + lnx - 2$.

1. Etudier le sens de variation de g.
2. a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $[1;2]$
   b) Détermine un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}
   c) En déduire le signe de $g(x)$ pour tout $x \in]0;+\infty[$

Partie B : **Étude de la fonction f.**

Soit la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = x + \frac{1-lnx}{x}$.

On note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de la fonction de f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1. a) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$
   b) Interpréter graphiquement ces résultats.
2. a) Justifier f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et vérifier que $f(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
   b) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
3. Déterminer une équation de la tangente (Δ) et la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.
4. Tracer la tangente (Δ) et la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.
5. a) Calculer en Cm^2, l'aire $\mathcal{A}$ du domaine limité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1\ et\ x = \alpha$
   b) Démontre que $\mathcal{A} = \frac{-\alpha^2+3\alpha-1}{2}\ cm^2$

EXERCICE 6

Au cours d'une séance de cours, le professeur de mathématiques d'une classe de F_3 du **C**ollège **S**ainte **F**oi d'Abobo remet à chaque élève une fiche d'informations sur laquelle sont inscrites les informations suivantes :

La température de refroidissement d'un objet, fabriquer industriellement, est modélisée par une fonction f, où pour tout réel $t \geq 0, f(t)$ représente la température de l'objet, exprimée en degrés Celsius, à l'instant t exprimé en heures. La fonction f vérifie la relation : $f' + \frac{1}{2}f = 10$ **.**

Curieux, les élèves décident de déterminer la fonction f, de faire son étude, et d'interpréter les résultats de cette étude.

En utilisant tes connaissances mathématiques acquises au cours de l'année scolaire, détermine la fonction f, étudie la puis interpréter les résultats de cette étude.

NB *: La température initiale de l'objet est 220°C.*