

BACCALAURÉAT
SESSION 2024

Durée : 4 h
Coefficient : 4

MATHÉMATIQUES

SÉRIE : D

Cette épreuve comporte 3 pages numérotés 1/3, 2/3, et 3/3.
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées
Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.

EXERCICE 1

(2 points)

Écris le numéro de chaque affirmation suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si elle est fausse.

- 1) Une fonction continue sur un intervalle admet au moins une primitive sur cet intervalle.
- 2) La droite de régression de x en fonction de y passe par le point moyen $G(\bar{X}; \bar{Y})$.
- 3) Si X est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p , alors la variance $V(X)$ est égale $np(p - 1)$.
- 4) Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur un intervalle $[a; b]$, alors l'image de $[a; b]$ par f est $[f(a); f(b)]$

EXERCICE 2

(2 points)

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci - dessous, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule permet d'obtenir affirmation juste.

Écris le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncé incomplet	A	B	C
1	La solution sur \mathbb{R} de l'équation différentielle : $y' - 4y = 0$ et $y(0) = 3$ est :	ke^{-4x}	$3e^{4x}$	ke^{4x}
2	Une suite u_n est dite majorée s'il existe un nombre M tel que :	$u_n \leq M$	$u_n \geq M$	$u_n > M$
3	Soit B le point de coordonnées $(2; -2)$ L'ensemble (Γ) des points M d'affixe z tels que : $ z - 2 + 2i = 1$ est :	Le point B	Le cercle de centre O et de rayon 1	Le cercle de centre B et de rayon 1
4	L'écriture complexe $z' = (1 - i)z + 1 + 5i$ est celle d'une	Rotation	Homothétie	Similitude directe

EXERCICE 3

(3 points)

Un jeu vidéo récompense par un objet tiré au sort les joueurs ayant remporté un défi. L'objet tiré peut être « commun » ou « rare ». Deux types d'objets communs ou rares sont disponibles, des épées et des boucliers.

Les concepteurs du jeu vidéo ont prévu que :

- la probabilité de tirer un objet rare est de 7% ;
- si on tire un objet rare, la probabilité que ce soit une épée est de 80% ;
- si on tire un objet commun, la probabilité que ce soit une épée est de 40%.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Un joueur vient de remporter un défi et tire au sort un objet.

On note :

- R l'évènement « le joueur tire un objet rare » ;
- E l'évènement « le joueur tire une épée » ;
- \bar{R} et \bar{E} les évènements contraires des évènements R et E.

1. Dresse un arbre pondéré modélisant la situation, puis calcule $P(R \cap E)$.
2. Calcule la probabilité de tirer une épée.
3. Le joueur a tiré une épée. Détermine la probabilité que ce soit un objet rare. Arrondir le résultat au millièm.

Partie B

Un joueur remporte 30 défis.

On note X la variable aléatoire correspondant au nombre d'objets rares que le joueur obtient après avoir remporté 30 défis. Les tirages successifs sont considérés comme indépendants.

1. Détermine, en justifiant, la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X. Précise ses paramètres, ainsi que son espérance mathématique.
2. Détermine $P(X \geq 1)$. Arrondir le résultat au millièm.

EXERCICE 4

(3 points)

1. On considère la fonction h définie sur $[0; 1]$ par : $h(x) = 2xe^{-x}$.
 - a. Résous l'équation : $h(x) = x$ sur $[0; 1]$.
 - b. Montre que : $\forall x \in [0; 1], h'(x) = 2(1 - x)e^{-x}$.
 - c. Dresse le tableau de variation sur $[0; 1]$.
2. Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 0,1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = h(u_n)$.
 - a. Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$.
 - b. Dédus-en que la suite u converge.
 - c. Détermine la limite de la suite u.

EXERCICE 5

(5 points)

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = x \ln(x^2) - \frac{1}{x}$. On note (C) sa représentation graphique dans le plan muni du repère orthonormé (O ; I ; J). L'unité graphique est le centimètre.

Partie A

On considère la fonction auxiliaire g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{1}{x^2} + 2 + \ln(x^2)$.

1. Montre que : $\forall x \in]0; +\infty[, g'(x) = \frac{2(x+1)(x-1)}{x^3}$.
2. Détermine les variations de g et dresse son tableau de variation. On ne calculera pas les limites en 0 et en $+\infty$.
3. Justifie que : $\forall x > 0, on a g(x) > 0$

Partie B

1. Détermine les limites de f en 0 à droite. Interprète graphiquement le résultat.
2. Démontre que (C) admet une branche parabolique en $+\infty$ de direction à préciser.

3. Justifie que f est une primitive de g sur $]0; +\infty[$.
4. Déduis-en les variations de f et dresse son tableau de variation.
5. Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $]0; +\infty[$ puis vérifie que $\alpha \in]1; 2[$.
6. Construis (C). On prendra $\alpha = 1,5$ et $f(\alpha) = -0,7$.
7. Calcule en fonction de α , à l'aide d'une intégration par parties, l'aire de la partie du plan du plan délimitée par (C), (OI) puis les droites d'équations $x = 1$ et $x = \alpha$, à l'aide d'une intégration par parties.

EXERCICE 6

(5 points)

Dans un manuel de mathématique de Terminale D, un groupe d'élèves d'une classe de Terminale D découvre une équation (E): $z \in \mathbb{C}, 2z^2 + 2z + 1 = 0$.

Ils veulent avoir des informations sur cette équation.

Après réflexion, un élève de ce groupe affirme que si l'on note a une solution de (E) dont la partie imaginaire est positive, les nombres a, a^2 et a^3 seront les affixes des sommets d'un triangle isocèle. Sa voisine de classe ne partage pas cet avis.

Ayant suivi la discussion, tu décides de les départager.

Dis, en argumentant avec tes connaissances mathématiques, lequel des deux élèves a raison.