

**BACCALAURÉAT**  
**SESSION : Mai 2025**

**Coefficient : 4**  
**Durée : 4 heures**  
Prépa

# MATHÉMATIQUES

*Série D*

*Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1, 2 et 3.*

*Toute calculatrice scientifique est autorisée.*

*Le candidat utilisera deux feuilles de papier millimétré.*

**EXERCICE 1 (2 points)**

Pour chacune des affirmations suivantes, relève le numéro suivi de V si elle est vraie ou F si elle est fausse.  
(Aucune justification n'est demandée)

N°	AFFIRMATIONS
1	Si $f$ est une fonction deux fois dérivable sur un intervalle ouvert contenant $x_0$ et si sa dérivée seconde s'annule en $x_0$ en changeant de signe, alors le point $(x_0 ; f(x_0))$ est un point d'inflexion de la courbe représentative de $f$ .
2	Pour tous nombres réels $x$ et $y$ , on a : $(\frac{1}{2})^x < (\frac{1}{2})^y \Leftrightarrow x < y$ .
3	Toute fonction $f$ continue sur un intervalle $I$ est une bijection de $I$ sur $f(I)$ .
4	$u$ et $v$ sont deux fonctions dérivables et à dérivées continues sur un intervalle $I$ . Une primitive sur $I$ de la fonction $u' \times v' \circ u$ est la fonction $v \circ u$ .

**EXERCICE 2 (2 points)**

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule réponse est vraie.

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque ligne et la lettre de la colonne permettant d'avoir l'affirmation vraie.

N°	Affirmations	Réponses	
<b>1</b>	Si $f$ est une fonction dérivable et bijective sur $\mathbb{R}$ telle que $f'(1) = 2$ et $f(1) = -2$ alors $(f^{-1})'(-2) = \dots$	<b>A</b>	0
		<b>B</b>	1
		<b>C</b>	$\frac{1}{2}$
		<b>D</b>	$-\frac{1}{2}$
<b>2</b>	L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $\ln(-x + 3) \geq 2$ est ...	<b>A</b>	$[3; 3 - e^2[$
		<b>B</b>	$\emptyset$
		<b>C</b>	$[3; +\infty[$
		<b>D</b>	$] -\infty; 3 - e^2]$
<b>3</b>	Une primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction $f$ définie par $f(x) = (2x + 5)^{\frac{1}{2}}$ est la fonction $F$ définie par .....	<b>A</b>	$F(x) = \frac{(2x + 5)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2} + 1}$
		<b>B</b>	$F(x) = \frac{1}{3}(2x + 5)^{\frac{3}{2}}$

		<b>C</b>	$F(x) = (x^2 + 5x)^{\frac{1}{2}}$
		<b>D</b>	$F(x) = \frac{2}{x^2 + 5x}$
<b>4</b>	Pour tous nombres réels $a$ et $b$ strictement positifs et différents de 1, on a : $\log_a(b) = \dots$	<b>A</b>	$\frac{1}{\log_b(a)}$
		<b>B</b>	$\frac{\ln(ab)}{\ln 10}$
		<b>C</b>	$-b \times \log(a)$
		<b>D</b>	$-\log_a(b)$

### **EXERCICE 3 (3,25 points)**

Dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  (unité graphique 1 cm), on donne les points  $A, B$  et  $C$  d'affixes respectives  $Z_A = 2i$  ;  $Z_B = 3 + i$  ;  $Z_C = 2 - 2i$ .

- Place les points  $A, B$  et  $C$ .
- a) Calcule les distances  $AB, AC$  et  $BC$ .  
b) Déduis-en que le triangle  $ABC$  est rectangle et isocèle en  $B$ .
- Détermine l'affixe du point  $D$  pour que le quadrilatère  $ABCD$  soit un parallélogramme.
- Soit  $P$  un polynôme défini par :  $P(z) = z^3 - (5 + i)z^2 + (10 + 6i)z - 8 - 16i$ .  
a) Calcule  $P(2i)$ .  
b) Détermine les nombres complexes  $a$  et  $b$  tel que  $P(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b)$   
c) On admet que  $(1 + 3i)^2 = -8 + 6i$ .  
Résous dans  $\mathbb{C}$ , l'équation  $(E')$  :  $z^2 + (-5 + i)z + 8 - 4i = 0$ .  
d) Déduis-en les solutions de l'équation :  $z \in \mathbb{C}, P(z) = 0$ .

### **EXERCICE 4 (3 points)**

On considère deux urnes  $U$  et  $V$ . L'urne  $U$  contient 3 boules rouges et 2 boules noires ; l'urne  $V$  contient 3 boules rouges et 3 boules noires. On réalise l'expérience suivante :

On tire au hasard une boule de l'urne  $U$  :

- Si elle est noire, on la remet dans l'urne  $V$  ;
- Sinon on l'écarte du jeu.

On tire au hasard ensuite une boule de l'urne  $V$ . On considère les événements suivants :

- $R_1$  « La boule tirée de l'urne  $U$  est rouge » ;  
 $N_1$  « La boule tirée de l'urne  $U$  est noire » ;  
 $R_2$  « La boule tirée de l'urne  $V$  est rouge » ;  
 $N_2$  « La boule tirée de l'urne  $V$  est noire ».

- a) Calcule les probabilités de chacun des événements  $R_1$  et  $N_1$ .  
b) Justifie que les probabilités  $P_{R_1}(R_2) = \frac{1}{2}$  et  $P_{N_1}(R_2) = \frac{3}{7}$ .  
c) A l'aide d'un arbre pondéré, justifie que :  $P(R_2) = \frac{33}{70}$ .  
d) Déduis-en la probabilité de l'événement  $N_2$ .
- On répète  $n$  ( $n \geq 2$ ) fois l'épreuve précédente (tirage d'une boule de l'urne  $U$  suivie du tirage d'une boule de l'urne  $V$  dans les mêmes conditions initiales indiquées ci-dessus), en supposant les différentes épreuves indépendantes.

- a) Justifie que la probabilité  $P_n$  d'obtenir au moins une fois une boule rouge est  $1 - \left(\frac{37}{70}\right)^n$ .
- b) Détermine le nombre minimum d'essais qu'on doit effectuer pour que la probabilité  $P_n$  soit supérieur à 0,99.

### **EXERCICE 5 (4,75 points)**

#### Partie A

On considère la fonction  $g$  définie sur  $]0; +\infty[$  par : 
$$\begin{cases} g(x) = e^x - 1 - xe^x \ln x \\ g(0) = 0 \end{cases}$$

1. Calcule la limite de  $g$  en  $+\infty$ .
2. a) Démontre que  $\forall x > 0, g'(x) = -(x+1)e^x \ln x$ .  
b) Etudie les variations de  $g$  puis dresse son tableau de variation.
3. a) Démontre que l'équation  $g(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans  $]1; +\infty[$ .  
b) On admet que  $1,6 < \alpha < 1,7$ . Démontre que  $\forall x \in ]0; \alpha[, g(x) > 0$  et  $\forall x \in ]\alpha; +\infty[, g(x) < 0$ .

#### Partie B

Soit  $f$  la fonction définie et dérivable sur  $]0; +\infty[$  par :  $f(x) = \frac{\ln x}{e^x - 1}$ . On note  $(C_f)$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal  $(O; I; J)$ .  $OI = 2$  cm et  $OJ = 4$  cm.

1. a) Justifie que  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ .  
b) Interprète graphiquement chacun des résultats précédents.
2. a) Démontre que  $\forall x \in ]0; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x(e^x - 1)^2}$   
b) Démontre que  $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha e^\alpha}$ .  
c) Etudie les variations de  $f$ , puis dresse son tableau de variation.
3. Construis  $(C_f)$ .

### **EXERCICE 6 (5 points)**

Un pâtissier de la ville de Korhogo commercialise des glaces très prisées par les consommateurs. Il peut en produire entre 0 et 300 par jour dans sa petite entreprise familiale située au quartier SOBA. Cette production est vendue dans sa totalité.

Le bénéfice journalier réalisé par le pâtissier pour la vente de  $x$  centaines de glaces est noté  $B(x)$ .

D'après les données précédentes, l'artisan sait que :

- Pour tout  $x$  élément de l'intervalle  $[1; 3; ]$ ; on a :  $B'(x) = -20x + 30$ , où  $B(x)$  est exprimés en milliers de francs CFA et  $B'(x)$  est la fonction dérivée de  $B(x)$  sur  $[1; 3; ]$ .
- Pour une centaine de glaces vendues, son bénéfice est de 30 mille francs CFA.

Il te sollicite pour l'aider à déterminer le nombre de glaces qu'il doit fabriquer par jour pour réaliser un bénéfice maximal et de déterminer la valeur de ce bénéfice.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à sa sollicitation.



<b>SESSION FEVRIER 2025</b>	<b>MATHEMATIQUES BAREME BAC BLANC REGIONAL</b>	<b>SERIE D</b>
-------------------------------------	--	----------------

**Exercice 1**

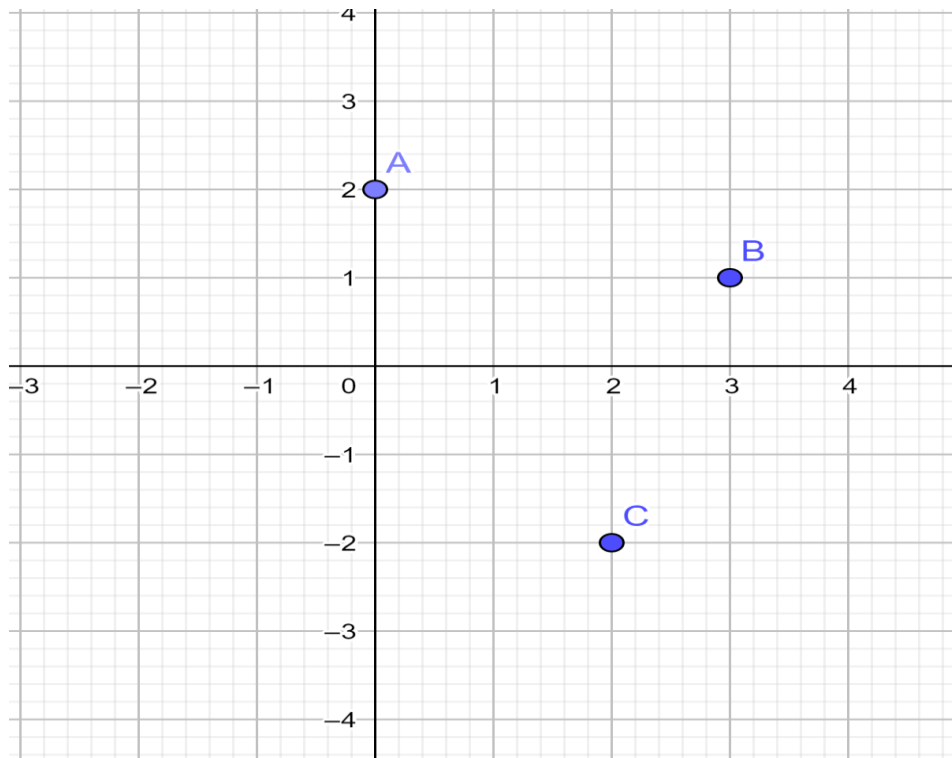
1 VRAI - 2 FAUX - 3 FAUX - 4 VRAI.....0,5pt × 4

**Exercice 2**

1 C - 2 D - 3 B - 4 A.....0,5pt × 4

**Exercice 3 (3,25 points)**

1) Placement des points A, B et C.....0,5.



2.a) .....0,5.

$$AB = |z_B - z_A| = \sqrt{10}$$

$$BC = |z_B - z_C| = \sqrt{10}$$

$$AC = |z_C - z_A| = \sqrt{20}.$$

2-b) On  $AB = BC$  et  $AB^2 + BC^2 = AC^2$  donc le triangle ABC est rectangle et isocèle en B. ...0,25.

3) ABCD soit un parallélogramme équivaut à  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow z_C - z_D = z_B - z_A$$

$$z_D = z_C - z_B + z_A$$

$$z_D = -1 - i. ....0,25.$$

4-a) Calcul correct .....0,25

**4-b)** Par la méthode des coefficients indéterminés ou de la division euclidienne, on trouve  
 $a = -5 + i$  et  $b = 8 - 4i$ . .....0,5

**4-c)**  $\Delta = -8 + 6i$ .

$(1 + 3i)^2 = -8 + 6i$  donc les racines carrées de  $\Delta$  sont  $1 + 3i$  et  $-1 - 3i$ .....0,25

Les solutions de l'équation ( $E'$ ) sont  $z_1 = \frac{5-i+1+3i}{2} = 3 + i$  et  $z_2 = \frac{5-i-1-3i}{2} = 2 - 2i$ . ....0,5

**4-d)** Dédution correcte .....0,25

**Exercice 4 (3 points)**

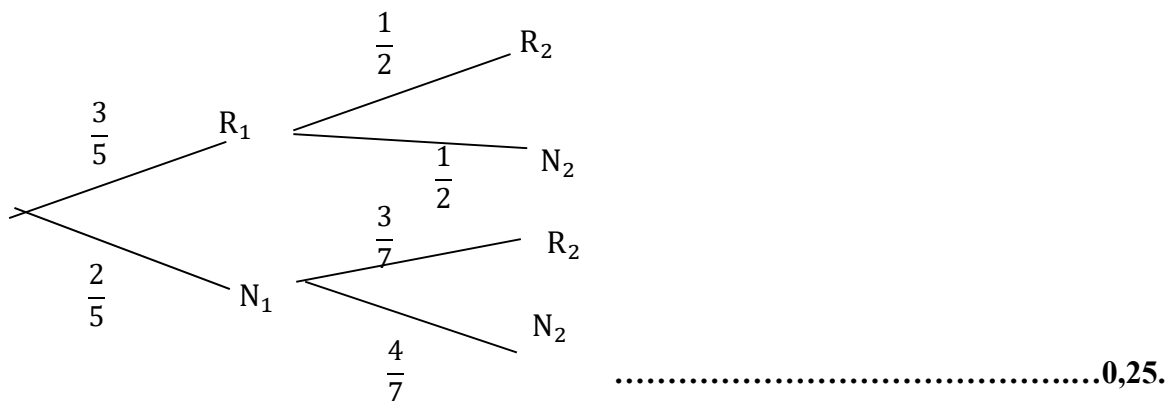
**1-a)** l'évènement  $R_1$  est réalisé lorsqu'on tire une boule rouge parmi les trois boules rouges de l'urne U ; il y a 5 boules au total dans l'urne U donc  $P(R_1) = \frac{3}{5}$ . .....0,25.

L'évènement  $N_1$  est réalisé lorsqu'on tire une boule noire parmi les deux boules noires de l'urne U; il y a 5 boules au total dans l'urne U donc  $P(N_1) = \frac{2}{5}$ . .....0,25.

**1-b)** L'évènement  $R_2$  sachant que  $R_1$  est réalisé lorsqu'on tire une boule rouge parmi les trois boules rouges de l'urne V ; il y a 6 boules au total dans l'urne V donc  $P_{R_1}(R_2) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ . .....0,25

L'évènement  $R_2$  sachant que  $N_1$  est réalisé lorsqu'on tire une boule rouge parmi les trois boules rouges de l'urne V; dans ce cas il y a 7 boules au total dans l'urne V donc  $P_{N_1}(R_2) = \frac{3}{7}$ .....0,25

**1-c)**



$P(R_2) = P(R_2 \cap R_1) + P(R_2 \cap N_1)$

$P(R_2) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{33}{70}$ . .....0,25.

**1.d)**  $N_2 \cup R_2 = \Omega$

$P(N_2) = 1 - P(R_2)$  .....0,25.

$P(N_2) = \frac{37}{70}$ . .....0,25.

**2-a)** Soit  $X$  la variable aléatoire correspondant au nombre de boules rouges tirées.

$X$  suit la loi binomiale de paramètre  $n$  et  $p = \frac{33}{70}$ . .....0,25.

$$P_n = P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0).$$

$$P_n = 1 - c_n^0 \times \left(\frac{33}{70}\right)^0 \times \left(\frac{37}{70}\right)^n.$$

$$P_n = 1 - \left(\frac{37}{70}\right)^n. \dots\dots\dots 0,25$$

**2-b)**  $P_n > 0,99 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{37}{70}\right)^n > 0,99.$

$$P_n > 0,99 \Leftrightarrow \left(\frac{37}{70}\right)^n < 1 - 0,99$$

$$P_n > 0,99 \Leftrightarrow \left(\frac{37}{70}\right)^n < 0,01$$

$$P_n > 0,99 \Leftrightarrow n \times \ln\left(\frac{37}{70}\right) < \ln(0,01)$$

$$P_n > 0,99 \Leftrightarrow n > \frac{\ln(0,01)}{\ln\left(\frac{37}{70}\right)} \dots\dots\dots 0,25$$

$$P_n > 0,99 \Leftrightarrow n > 15,29$$

Donc le nombre minimum d'essais qu'on doit effectuer pour que la probabilité  $P_n$  soit supérieur à 0,99 est 16. ....0,25.

**Exercice 5 (4,75 points)**

**Partie A**

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \left(1 - \frac{1}{e^x} - x \ln x\right).$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - \frac{1}{e^x} - x \ln x = -\infty \end{array} \right. \text{ donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty. \dots\dots\dots 0,25$$

**2-a)** Démonstration correcte .....0,5

**2-b)**  $\forall x \geq 0; (x + 1)e^x > 0$  d'où le signe de  $g'(x)$  est le même que celui de  $-\ln x$ .

Or  $\forall x \in ]0; 1[; -\ln x > 0$  et  $\forall x \in ]1; +\infty[; -\ln x < 0$  .

Par conséquent  $\forall x \in ]0; 1[; g'(x) > 0$  et  $\forall x \in ]1; +\infty[; g'(x) < 0$  .....0,5

Donc  $g$  est croissante sur  $]0; 1[$  et décroissante sur  $]1; +\infty[$ . ....0,5

**3-a)** Démonstration correcte.....0,25

**3-b)** Démonstration correcte .....0,25

**Partie B**

**1-a)** Justification correcte .....0,5

**1-b)**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$  d'où la droite  $(OJ)$  est une asymptote verticale à  $(C_f)$ . .....**0,25**

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  d'où droite  $(OI)$  est une asymptote horizontale à  $(C_f)$ .

**2-a)**  $\forall x \in ]0; +\infty[$ ,  $f'(x) = \frac{\frac{1}{x}(e^x-1) - e^x \ln x}{(e^x-1)^2}$ .

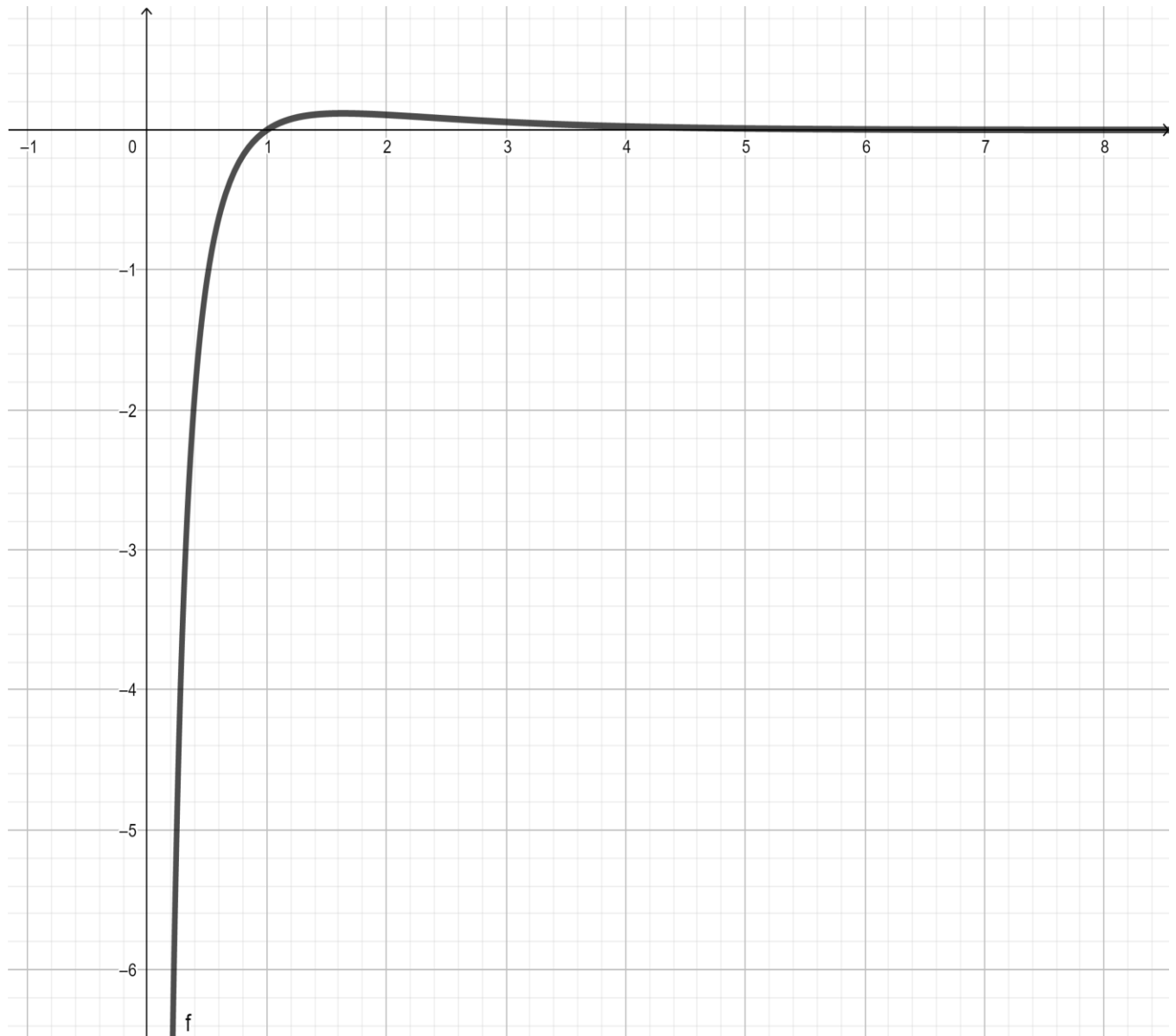
$f'(x) = \frac{(e^x-1) - xe^x \ln x}{x(e^x-1)^2} = \frac{g(x)}{x(e^x-1)^2}$ . .....**0,5**

2-b)  $f(\alpha) = \frac{\ln(\alpha)}{e^{\alpha-1}}$  or  $g(\alpha) = 0 \Leftrightarrow \ln(\alpha) = \frac{e^{\alpha}-1}{\alpha e^{\alpha}}$ ; d'où  $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha e^{\alpha}}$ . .....**0,25**

**2-c)**  $\forall x \in ]0; +\infty[$ ,  $x(e^x - 1)^2 > 0$  d'où le signe de  $f'(x)$  est celui de  $g(x)$ .

Or :  $\forall x \in ]0; \alpha[$ ,  $g(x) > 0$  et  $\forall x \in ]\alpha; +\infty[$ ,  $g(x) < 0$ ; donc  $f$  est croissante sur  $]0; \alpha[$  et décroissante sur  $]\alpha; +\infty[$  .....**0,5**

**3)** .....**0,5**



<b><i>CORRECTION</i></b>	<b><i>BAREME</i></b>
<b>Exercice 6 (5 Points)</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Annonce de la leçon : Dérivabilité, étude de fonctions et primitives</li> <li>■ Etapes de la résolution : <ul style="list-style-type: none"> <li>- Détermination de l'expression de <math>B(x)</math></li> <li>- Etude du signe de <math>B'(x)</math> et variations de <math>B</math> sur <math>[1; 3]</math>.</li> <li>- Détermination du maximum de <math>B</math> sur <math>[1; 3; ]</math>.</li> </ul> </li> <li>■ Conclusion</li> </ul>	<b>CM1: Pertinence 0,75 pt</b> <b>1 indic sur 3 → 0,50 pt</b> <b>2 indic sur 3 → 0,75 pt</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Détermination de <math>B(x) = -10x^2 + 30x + 10</math></li> <li>■ Etude du signe de <math>B'(x)</math> et variations de <math>B</math>. <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\forall x \in [1; 1,5]; B'(x) \geq 0</math> et <math>\forall x \in [1,5; 3]; B'(x) \leq 0</math>.</li> <li>- <math>B</math> est strictement croissante sur <math>[1; 1,5]</math> et strictement décroissante sur <math>[1,5; 3]</math>.</li> <li>- Tableau de variation.</li> </ul> </li> <li>■ Détermination du maximum de <math>B</math> sur <math>[1; 3; ]</math>.  <math>B</math> admet <math>B(1,5)</math> pour maximum sur l'intervalle <math>[1; 3; ]</math>.  <math>B(1,5) = 32,5</math>.</li> <li>■ Conclusion  Le bénéfice maximal est de 32 500 FCFA et pour le réaliser, il faudra fabriquer 150 glaces.</li> <li>■ Exactitude des formules utilisées</li> </ul>	<b>CM 2 : 2,5 points</b> <b>Utilisation correcte des outils mathématiques en situation</b>  <b>1 indic sur 6 → 0,5 pt</b> <b>2 indic sur 6 → 1,5 pt</b> <b>3 indic sur 6 → 2 pt</b> <b>4 indic sur 6 → 2,5 pt</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Le résultat produit est conforme au résultat attendu.</li> <li>■ La qualité des enchainements de la démarche.</li> <li>■ Retour au problème posé et interprétation cohérente.</li> </ul>	<b>CM3: 1,25 point</b> <b>Cohérence de la réponse</b> <b>1 indic sur 3 → 0,75 pt</b> <b>2 indic sur 3 → 1,25 pt</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Concision</li> <li>■ Originalité</li> <li>■ Bonne présentation</li> </ul>	<b>CP 0,5 point</b> <b>Critère de perfectionnement</b> <b>1 indic sur 3 → 0,25 pt</b> <b>2 indic sur 3 → 0,5 pt</b>