



**PREPA MATHS 2025 : EQUATIONS et INEQUATIONS**

**EXERCICE 1**

On considère le polynôme  $p(x)$  définie par :  $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$

- 1) Vérifier que 2 est une racine de  $P(x)$
- 2) Ecrire  $P(x)$  sous forme  $P(x) = (x - 2) Q(x)$  ou  $Q(x)$  est un polynôme de degré 2 à déterminer.
- 3) Factoriser  $Q(x)$
- 4) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :
  - a) L'équation  $P(x) = 0$
  - b) L'inéquation  $P(x) > 0$  (série A1 seulement).

**EXERCICE 2**

- 1) Justifie que l'ensemble des solutions de l'équation  $x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x - 4 = 0$  est  $\{-1; 4\}$
- 2) On donne  $P(x) = 2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$ . Pour tout nombre réel  $x$ 
  - a- Justifie que pour tout nombre réel  $x, P(x) = (2x-1)(x^2 - 3x - 4)$
  - b- Résous dans  $\mathbb{R}$ , l'équation  $P(x) = 0$
- 3) Résous dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $2(\ln x)^3 - 7(\ln x)^2 - 5\ln x + 4 = 0$

**EXERCICE 3**

- 1- Résous dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :
  - a)  $x^2 - 3x - 10 = 0$
  - b)  $\ln(x) = 5$
  - c)  $\ln(e^{2x}) = 0$
- 2- On donne le polynôme  $q(x) = x^3 - 4x^2 - 7x + 10$ ,
  - a) Vérifie que  $q(x) = (x - 1)(x^2 - 3x - 10)$
  - b) En utilisant les résultats précédents, déduis l'ensemble solution de l'équation :  
 $(E) : x \in \mathbb{R}, (\ln x)^3 - 4(\ln x)^2 - 7\ln x + 10 = 0$

**EXERCICE 4**

1. Vérifier que pour tout nombre réel  $x$  on a :  $(x + 1)(x^2 - 6x + 8) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ .
2. a) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $x^2 - 6x + 8 = 0$ .  
b) Déduire de tout ce qui précède la résolution dans  $\mathbb{R}$  de l'équation :  $x^3 - 5x^2 + 2x + 8 = 0$ .
3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $e^{3x} - 5e^{2x} + 2e^x + 8 = 0$ .
4. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $\ln(x^3 - 4x^2) = \ln(x^2 - 2x - 8)$ .
5. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $(\ln x)^3 - 5(\ln x)^2 + 2\ln x + 8 > 0$ .

**EXERCICE 5**

On considère la fonction polynôme  $P$  définie par :  $P(x) = 2x^3 + x^2 + 5x + 2$ .

1. Vérifier que  $p(x) = (x + 2)(2x^3 - 3x + 1)$ .
2. a) Résous dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $2x^2 - 3x + 1 = 0$ .  
b) En déduire tous les zéros du polynôme  $P$ .
3. Utiliser la question 2 pour résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $2e^{3x} + e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$

### EXERCICE 6

On considère le polynôme  $P$  défini pour tout nombre réel  $x$  par  $P(x) = 3x^3 + x^2 - 8x + 4$ .

- a. Justifier que 1 est une racine du polynôme  $P$ .  
b. Justifier que pour tout nombre réel  $x$ ,  $P(x) = (x - 1)(x + 2)(3x - 2)$ .
- Soit l'équation (E) :  $x \in \mathbb{R}$ ,  $2 \ln(x) + \ln(3x + 1) = \ln(8x - 4)$ .
  - Déterminer l'ensemble de validité de l'équation (E).
  - Résoudre l'équation (E).
- a. Résoudre l'inéquation  $x \in \mathbb{R}$ ,  $3x^3 + x^2 - 8x + 4 \geq 0$ .  
b. En déduire les solutions de l'inéquation  $x \in \mathbb{R}$ ,  $3(\ln(x))^3 + (\ln(x))^2 - 8 \ln(x) + 4 \geq 0$ .

### EXERCICE 7

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $x^2 - x - 20 = 0$
- Soit l'équation (E) :  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\ln(x + 3) + \ln(x - 4) = 3 \ln 2$ 
  - Justifier que l'ensemble de validité de l'équation (E) est  $]4; +\infty[$
  - Résoudre l'équation (E).
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $\ln(x + 3) + \ln(x - 4) \geq 3 \ln 2$
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$ ,  $\ln(e^2 x) = 0$

### EXERCICE 8

- Vérifier le couple (1 ; 3) est la solution du système

$$\begin{cases} 3x + 5y = 18 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

- Résous dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  le système

$$\begin{cases} 3e^x + 5e^y = 18 \\ e^x + e^y = 4 \end{cases}$$

- Résous dans  $\mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^*$  le système

$$\begin{cases} 3 \ln x + 5 \ln y = 18 \\ \ln(xy) = 4 \end{cases}$$

### EXERCICE 9

- Vérifie que  $-\frac{5}{2}$  et 4 sont les solutions de l'équation :  $x \in \mathbb{R}$ ,  $2x^2 - 3x - 20 = 0$
- On considère l'équation (E) :  $x \in \mathbb{R}$ ,  $2e^{2x} - 3e^x - 20 = 0$   
Résous (E)
- On considère l'équation (F) :  $x \in \mathbb{R}$ ,  $2(\ln x)^2 - 3 \ln x - 20 = 0$   
Résous (F)

### EXERCICE 10

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation :  $-2x^2 + x + 1 = 0$ .
- Soit le polynôme  $P(x) = -2x^3 + 5x^2 - x - 2$ .
  - Calculer  $P(2)$ .
  - Vérifier que, pour tout  $x$  élément de  $\mathbb{R}$ ,  $P(x) = (x - 2)(-2x^2 + x + 1)$
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :
  - l'équation  $P(x) = 0$
  - l'inéquation  $P(x) > 0$
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :
  - $-2(\ln x)^3 + 5(\ln x)^2 - \ln x - 2 = 0$
  - $-2(\ln x)^3 + 5(\ln x)^2 - \ln x - 2 > 0$