



PREPA MATHS 2025 : FONCTION LN

EXERCICE 1

Exprime en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$ chacun des nombres suivants :

$$A = \ln(24)$$

$$B = \ln\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$C = \ln(3^5) - \ln(2^4)$$

EXERCICE 2

Ecris chacun des nombres suivants sous la forme $\ln(k)$ où k est un nombre réel strictement positif.

$$D = \ln(5) + \ln(3)$$

$$E = \ln(2) - \ln(0,1)$$

$$F = 4 \ln 5$$

EXERCICE 3

Calcule les limites suivantes :

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} (x + \ln x) \quad 2) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + \ln x) \quad 3) \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \frac{\ln x}{x}\right) \quad 4) \lim_{x \rightarrow 0} x(1 + \ln x)$$

EXERCICE 4

Résous dans \mathbb{R} chacune des équations suivantes :

$$1. \ln(2x - 1) = \ln(x + 5); \quad 2. \ln(x - 2) = 1 \quad ; \quad 3. (\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0$$

EXERCICE 5

Résous dans \mathbb{R} chacune des inéquations suivantes :

$$1. \ln(2x - 3) < 1 \quad ; \quad 2. (\ln x)^2 - 5 \ln x - 6 \geq 0$$

EXERCICE 6

Résous dans \mathbb{R} chacune des inéquations suivantes :

$$a) \ln x - 3 \geq 0 \quad b) 2(\ln x)^2 - 3 \ln x - 2 \leq 0.$$

EXERCICE 7

Dans chaque cas, la fonction f est dérivable sur I . Détermine leur fonction dérivée.

$$1) f(x) = \ln(x^2 + 2), I = \mathbb{R} \quad 2) f(x) = \ln(-3x), I =]-2; -1[$$

$$2) f(x) = \ln(-3x^2 + 5x - 2), I = \left] \frac{2}{3}; 1 \right[$$

EXERCICE 8

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 3 - x - \ln(x)$.

a) Calcule les limites de f en 0 et en $+\infty$.

b) Calcule la dérivée f' de f .

c) Etudie les variations de f et dresse son tableau de variation.

PROBLEME 1

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = 2 - x + \ln(x)$.

- 1) a- Calcule la limite de f en $+\infty$.
b- Calcule la limite de f en 0 , puis donne une interprétation graphique du résultat.
- 2) Calcule la dérivée f' de f .
- 3) Étudie les variations de f .
- 4) Dresse le tableau de variation de f sur $]0; +\infty[$.
- 5) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique a sur $[3; 4]$.
- 6) Trace la courbe représentative de la fonction f dans le repère orthonormé (O, I, J) .

PROBLEME 2

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 1 + x - \ln(x)$.

- 1) Calcule la limite de f en $+\infty$ et en 0 .
- 2) Calcule la dérivée f' de f sur \mathbb{R} .
- 3) Étudie les variations de f .
- 4) Dresse le tableau de variation de f .
- 5) Trace (C_f) , représentation graphique de f dans le repère orthonormé (O, I, J) .

PROBLEME 3

Soit la fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = x - \ln(x)$. On note (C) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) ,

1. Précise l'ensemble de définition de f , noté D_f .
2. Calcule la limite de f en 0 puis interprète graphiquement le résultat.
3. a) Vérifie que pour tout nombre réel $x > 0$, $f(x) = x \left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$
b) Déduis-en la limite de f en $+\infty$.
4. a) On admet que f est dérivable sur $]0; +\infty[$. Calcule $f'(x)$.
b) Déduis-en les variations de f et dresse son tableau de variations.
6. Reproduis et complète le tableau suivant :

x	0,25	0,5	1	1,5	2	2,5
$f(x)$						

7. Trace (C) et (Δ) sur $]0; 3]$

Exercice type Bac

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . L'unité graphique est le centimètre. On considère la fonction f dérivable et définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = -2x + 1 + \ln x$. On note (C) la représentation graphique de f dans le repère (O, I, J) .

1. Justifie que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ puis donne une interprétation graphique de cette limite.
3. Calcule la limite de f en $+\infty$.
2. a) Vérifie que pour tout élément x de $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{-2x+1}{x}$
b) Étudie le signe de la dérivée $f'(x)$.
Déduis-en les variations de f sur $]0; +\infty[$.
c) Dresse le tableau de variation de f .
4. Recopie et complète le tableau des valeurs ci – dessous.

x	0,25	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$									

5. Construis (C) sur l'intervalle $]0; 4]$.