Fomesoutra.com
ça soutra !

PREPA BAC 2025 MATHS SERIE A

DUREE : 1h30

PROBLEME

On considère la fonction f dérivable et définie sur les intervalles $[0;2[$ et $]2;+\infty[$ par :

$$f(x)=\frac{2x^2-5x+1}{x-2}$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

L'unité graphique est 2 cm.

1. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2.a)Démontrer que pour tout nombre réel x appartenant à $[0;2[\cup]2;+\infty[$, on a :

$$f(x)=2x-1-\frac{1}{x-2}.$$

b) Déterminer $\lim\limits_{\substack{x\to2\\<}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to2\\>}} f(x)$ puis interpréter graphiquement chaque résultat.

3. On désigne par (D) la droite d'équation : $y=2x-1$

a)Justifier que (D) est une asymptote à (C) en $+\infty$.

b) Etudier la position relative de (C) et (D).

4 .a) Démontrer que pour tout nombre réel x appartenant à $[0;2[\cup]2;+\infty[$, $f'(x)=2+\frac{1}{(x-2)^2}$.

b) Démontrer que f est strictement croissante sur $[0;2[$ et sur $]2;+\infty[$.

c)Dresser le tableau de variation de f.

5.a)Recopier puis compléter le tableau de valeurs suivant :

X	0	0,5	1	1,5	2,5	3	4
f(x)							

(On donnera l'arrondi d'ordre 1 de chaque résultat)

b) Démontrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α dans $]0;0,5[$.

c) Tracer (C) et ses asymptotes.