

PREPA 2025 MATHS SERIE A FICHE 19

EPREUVE : MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (2) pages numérotés 1, 2.
La calculatrice scientifique est autorisée.

EXERCICE 1 (2pts)

Complète les parties en pointillés pour que les propriétés ci-dessous aient un sens.

a et b sont deux nombres réels strictement positifs.

- 1) $\ln(a) + \ln(b) = \dots\dots\dots$
- 2) $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \dots\dots\dots$
- 3) $\dots\dots\dots = n \ln(a)$
- 4) La fonction logarithme népérienne est définie sur l'intervalle $\dots\dots\dots$

EXERCICE 2 (2pts)

Recopie le numéro de l'affirmation puis suivie de V si l'affirmation est Vraie et de F si l'affirmation est Fausse.

N°	AFFIRMATIONS					
1	g est décroissante sur [1 ; 4]					
2	x	$-\infty$	1	4	$+\infty$	$g'(4) = 9$
3	$g'(x)$	-	+	-		9 est le maximum de g sur] $-\infty$; $+\infty$ [
4	$g(x)$					$g(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle [1 ; 4]

EXERCICE 3 (4pts)

- 1) Justifie que l'ensemble des solutions de l'équation $x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x - 4 = 0$ est $\{-1; 4\}$
- 2) On donne $P(x) = 2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$. Pour tout nombre réel x
 - a- Justifie que pour tout nombre réel $x, P(x) = (2x-1)(x^2 - 3x - 4)$
 - b- Résous dans \mathbb{R} , l'équation $P(x) = 0$
- 3) Résous dans \mathbb{R} l'équation : $2(\ln x)^3 - 7(\ln x)^2 - 5\ln x + 4 = 0$

EXERCICE 4 (7pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est égale à 2 cm.

On donne la fonction f définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par $f(x) = -x + 4 - \frac{1}{x-1}$

On désigne par cf la courbe représentative de f dans le plan muni du repère (O, I, J).

- 1) Justifie que l'ensemble de définition de f est $\mathbb{R} - \{1\}$

- 2) a-Justifie que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
 b- On admet que $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$. Donne une interprétation graphique des résultats.
- 3) a- Démontre que la droite (Δ) d'équation $y = -x + 4$ est une asymptote à (cf) en $-\infty$
 b- Etudie la position relative de cf par rapport à la droite (Δ) sur $] -\infty; 1[$.
- 4) a- Justifie que pour tout nombre réel x de l'intervalle $] -\infty; 1[\cup] 1; +\infty[$ $f'(x) = \frac{-x(x-2)}{(x-1)^2}$
 b- Justifie que : $f(x)$ est strictement décroissante sur $] -\infty; 0[\cup] 2; +\infty[$ et $f(x)$ est strictement croissantes sur $] 0; 1[\cup] 1; 2[$
- 5) Complete les tableaux de valeurs ci-dessous et Trace (cf)

x	2	3	4	5	6
$f(x)$					

On prendra pour les valeurs de $f(x)$ un chiffre après la virgule.

EXERCICE 5(5pts)

Deux amis Siaka et Yéo se rendent à une tombola organisée par leur école.

On met en vente 300 billets de tombola dont le tiers des tickets mis en vente est gagnants. Soro tire simultanément trois tickets. Les tickets sont identiques et indiscernables.

Après tirage, Siaka dit à Yéo qu'il a environ 45% de chance qu'un des tickets choisi soit gagnant.

Mais Yéo n'est pas d'accord avec cette affirmation et soutient qu'il a 50% de chance qu'un de ses tickets choisi soit gagnant. Les deux amis te sollicitent. A l'aide de tes connaissances mathématiques, dis lequel des deux amis a raison.

N.B : Arrondis le résultat de ta résolution à l'unité près.