CE MATHS	PREPA BAC A1 2024 : MATHEMATIQUES Sujet 2	Prof : M. Amani Série : A1

Année Scolaire : 2023-2024

Cette épreuve comporte 2 pages numérotées 1/2 et 2/2.
Chaque exercice est indépendant.

EXERCICE 1

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des affirmations ci-dessous suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

N°	Affirmations
1.	Si A et B sont deux évènements incompatibles d'un univers Ω, alors $P(A\cup B)=P(A)-P(B)$.
2.	$\int_{-2}^{5}(x^2-5x+1)dx=-\frac{7}{6}$.
3.	Si $f(x)=-5x^3+2x^2-4x+1$, alors $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$.
4.	Si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0, alors pour tout n élément de $\mathbb{N}$, $u_n=u_0-nr$.
5.	Soient (X ; Y) une série statistique double et Cov(X ; Y) sa covariance. On note respectivement V(X) et V(Y) les variances de X et Y. On admet que $V(X)\neq 0$ et $V(Y)\neq 0$. La droite d'ajustement linéaire cette série statistique double (X,Y) a pour équation $y=ax+b$. Le nombre réel a s'obtient par : $a=\frac{\text{Cov}(X,Y)}{V(X)}$.

EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations incomplètes du tableau ci-dessous, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule permet d'avoir l'affirmation juste.
Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation incomplète suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse choisie.

N°	Affirmations incomplètes	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1.	$\lim\limits_{x\to 2_<}\frac{1}{x-2}$ est égale à …	$-\infty$	0	$+\infty$
2.	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}$ est égale à ..	$-\infty$	0	$+\infty$
3.	La dérivée sur $]0\,;+\infty[$ de la fonction $x\mapsto -3x+2-\ln x$ est la fonction …	$x\mapsto -3-\frac{1}{x}$	$x\mapsto -3+\frac{1}{x}$	$x\mapsto 2+\frac{1}{x}$
4.	Dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, l'ensemble des solutions du système d'équations $\begin{cases}\ln x-\ln y=-2\\ 2\ln x+\ln y=5\end{cases}$ est…	$\{(e^3;e)\}$	$\{(e^2;e^3)\}$	$\{(e\,;\,e^3)\}$
5.	La somme $u_0+u_1+\cdots+u_{121}$ d'une suit arithmétique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est égale à …	$121\times\frac{(u_0+u_{121})}{2}$	$122\times\frac{(u_0+u_{121})}{2}$	$121\times\frac{(u_0+u_{122})}{2}$

EXERCICE 3

On considère le polynôme P tel que : $P(x)=x^3-7x+6$ où x est un nombre réel.

1. a. Justifie que 2 est une racine de P.
   b. Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $x^2+2x-3=0$.
   c. Justifie que $P(x)=(x-2)(x^2+2x-3)$.
   d. Déduis-en la résolution de l'équation $P(x)=0$.
2. Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation (E_1): $\ln(5x-3)-\ln(3-x)=\ln x$.
3. Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation (E_2): $(\ln x)^3-7(\ln x)+6=0$.

EXERCICE 4

La pâtisserie CHOCO-IVOIRE fabrique des tablettes de chocolat. Pour faire connaître ses produits, elle organise une journée promotionnelle. Au stand de dégustation, tout visiteur qui répond à une question posée gagne trois tablettes de chocolat tirées au hasard. Le tirage se fait de façon simultané d'un panier contenant 16 tablettes indiscernables au toucher. Les tablettes sont reparties selon quatre types : 5 tablettes de chocolat au lait, 4 tablettes de chocolat noir, 4 tablettes de chocolat marron et 3 tablettes de chocolats gris.
Le jeune Koffi a répondu juste à une question.

1- Justifie que Koffi a 560 possibilités de choisir trois chocolats.
2- Calcule la probabilité de chacun des évènements suivants :
   A : « Koffi tire trois tablettes de chocolat de même type ».
   B : « Koffi ne tire aucune tablette de chocolat gris ».
   C : « Koffi tire au moins deux tablettes de chocolat au lait ».
3- Soit l'évènement D : « Il y a exactement une tablette de chocolat gris parmi les trois tablettes tirées par Koffi ». -Justifie que la probabilité de D est égale à $\frac{117}{280}$.
4- Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage simultané de trois tablettes fait correspondre le nombre de tablettes de chocolat gris.
   a. Justifie que l'ensemble des valeurs prises par X est égale à $\{0;1;2;3\}$.
   b. Détermine la loi de probabilité de X.
   c. Calcule l'espérance mathématiques de X.

EXERCICE 5

Le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J). L'unité graphique $OI = OJ = 2cm$.
On désigne par (C_f) la representation graphique de la fonction f definie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -2x - 3 + e^x$.

1- Calcule : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2- a. On suppose que f est dérivable sur $\mathbb{R}$. Démontre que la dérivée $f'(x) = -2 + e^x$.
   b. Justifie que f est strictement décroissante sur l'intervalle $]-\infty;\ln 2[$ et sur $]\ln 2;+\infty[$, f est strictement croissante.
3- Dresse le tableau de variation de f.
4- a. Démontre que la droite (D) d'équation $y = -2x - 3$ est une asymptote à la courbe (C_f) en $-\infty$.
   b. Etudie la position relative de (C_f) et (D) sur $\mathbb{R}$.
5- Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α tel que $1 < \alpha < 2$.
6- Détermine une équation de la tangente (T) à la courbe (Cf) au point d'abscisse 0.
7- Construis (Cf), (D) et (T) sur $\mathbb{R}$.
8- a. Détermine une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
   b-Justifie que la fonction F définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par : $F(x) = -x^2 - 3x + e^x + 1$ est la primitive de f qui prend la valeur 2 en 0.
9- a. Justifie que $\int_{-1}^{0} f(x)dx = -1 - \frac{1}{e}$.
   b. Justifie que l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f) ; l'axe (OI) et les droites d'équation $x = -1$ et $x = 0$ est $\mathcal{A} = 5{,}47\ cm^2$.

EXERCICE 6

La coopérative de ton village produit et commercialise les produits agricoles. Une partie des gains sert à la réalisation des projets sociaux du village. Le reste est reparti entre les membres. Cette année, l'Assemblée Général a décidé de reprofiler les routes des champs du village si la coopérative gagne au moins 19 millions de francs. Les productions et gains de la coopérative des huit (8) dernière années sont consignées dans le tableau ci-dessous.

x_i quantités de produits en tonnes	24	24	26	28	29	32	33	34
y_i gains réalisés en millions de francs	8	9	7	13	10	17	14	16

Le président, en observant le tableau, se demande si une production de 38 tonnes pourra leur permettre de réaliser le projet de reprofilage. À l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances en mathématiques, dis si la coopérative peut réaliser son projet.

« Le secret des plus forts c'est l'effort, mais l'échec reste le fruit de la paresse.»