

*Cette épreuve contient trois (03) pages numérotées 1/2 et 2/2
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé*

EXERCICE 1 (2 points)

Ecris sur ta copie le numéro de chaque affirmation suivi de la mention « V » si l'affirmation est vraie, ou de la mention « F » si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	La fonction exponentielle népérienne est égale à sa propre dérivée
2	En probabilité, deux évènements incompatibles sont contraires.
3	Soient a et b deux nombres réels strictement positifs, on a : $\ln a + \ln b = \ln(a + b)$
4	Le sens de variation d'une fonction dépend du signe de sa dérivée

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque affirmation du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule est exacte. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque affirmation suivi de la lettre correspondant à la réponse exacte.

N°	AFFIRMATIONS		REponses
1	$e^{-\ln 2}$ est égale à	A	2
		B	$\ln 2$
		C	$\frac{1}{2}$
		D	-2
2	Si f est une fonction, (C) sa courbe représentative et a est un nombre réel tel que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$, alors la droite d'équation $y = a$ est	A	Une asymptote horizontale à (C)
		B	Une tangente à (C)
		C	Une asymptote verticale à (C)
		D	Une asymptote oblique à (C)
3	Soit A et \bar{A} deux évènements contraires d'une expérience aléatoire. On a $P(A)$ est égale à	A	$P(\bar{A}) - 1$
		B	$-1 - P(\bar{A})$
		C	$P(\bar{A}) + 1$
		D	$1 - P(\bar{A})$
4	Toute fonction dont la dérivée est strictement négative est une fonction...	A	constante
		B	Strictement décroissante
		C	décroissante
		D	Strictement croissante

EXERCICE 3 (5 points)

Un sac contient 3 boules rouges et 4 boules bleues. On tire au hasard et simultanément 2 boules de l'urne. On définit les évènements suivants :

A : « tirer 2 boules bleues »

B : « tirer au moins une boule rouge »

- Justifie que le nombre de tirages possibles est 21.

2. Calcule $P(A)$ et $P(B)$.
3. On gagne 100 FCFA par boule rouge tirée et on ne gagne rien si on ne tire pas de boule rouge. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le gain.
 - a) Justifie que les valeurs prises par X sont : 0 ; 100 et 200.
 - b) Justifie que : $P(X=100) = \frac{4}{7}$ et $P(X=200) = \frac{1}{7}$.
 - c) Détermine la loi de probabilité de X .
 - d) Calcule l'espérance mathématique de X .

EXERCICE 4 (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . L'unité graphique: $OI = OJ = 2\text{cm}$.

On désigne par (C_f) la représentation graphique de la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = -2x - 3 + e^x$$

- 1- Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$
- 2- a) Justifie que pour tout nombre réel x , $f'(x) = -2 + e^x$.
 b) Justifie que f est strictement décroissante sur l'intervalle $]-\infty; \ln 2[$ et sur $]\ln 2; +\infty[$
 f est strictement croissante.
- 3- Dresse le tableau de variation de f .
- 4- a) Justifie que la droite (D) d'équation $y = -2x - 3$ est asymptote oblique à (C_f) en $-\infty$.
 b) Etudie la position relative de (C_f) et de (T) .
- 5- Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α tel que $1 < \alpha < 2$.
- 6- a) Détermine une primitive F de f sur $]0; +\infty[$.
 b) Justifie que la fonction F définie sur $]0; +\infty[$ par : $F(x) = -x^2 - 3x + e^x + 1$ est la primitive de f qui prend la valeur 2 en 0.
- 7- Justifie que $\int_{-1}^0 f(x) dx = -1 - \frac{1}{e}$
- 8- La courbe (C_f) est représentée sur papier millimétré (voir fiche annexe)
 - a) Justifie que l'aire A de la partie du plan délimitée par (C_f) ; l'axe (OI) et les droites d'équation $x = -1$ et $x = 0$ est $5,48 \text{ cm}^2$

EXERCICE 5 (5 points)

Après sa formation à l'école professionnelle d'Odienné, Monsieur Thibaut est embauché depuis le 1^{er} janvier 2023 par la SOLIBRA de Bouaflé. Il début la première année avec un salaire mensuel de 150 000 FCFA. Le comptable de l'entreprise l'informe que son salaire évoluera chaque année selon la formule suivante : $S_n = 150000 \times (1,15)^{n-1}$ avec S_n le salaire mensuel de la nième année. Très ambitieux, Monsieur Thibaut se demande, à partir de quelle année son salaire mensuel sera supérieur au triple de son salaire d'aujourd'hui pour qu'il mette en exécution un projet immobilier. Ne sachant comment faire, il te sollicite.

A l'aide de tes connaissances mathématiques acquises, aide Monsieur Thibaut à déterminer l'année en question.