PREPA BAC 2025 MATHS SERIE A1 FICHE 23

MATHEMATIQUES

SÉRIE : A1

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1 / 2 et 2 / 2. L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé. Chaque candidat devra se munir d'une feuille de papier millimétré.

EXERCICE 1 **(2 points)**

Recopie le numéro de l'affirmation suivi de VRAI si elle est vraie ou de FAUX si elle est fausse.

1- Lorsque $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \frac{1}{2}$, alors la droite d'équation $y = \frac{1}{2}$ est une asymptote verticale à la courbe de f.

2- La limite lorsque x tend vers -∞ de la fonction $x \mapsto \frac{3x^2+5}{x-1}$ est égale à 3.

3- Les solutions de l'équation $(\boldsymbol{E})$: $(x^2 - x - 6)(x - 1) = 0$ sont les réels -2 ; 1 et 3.

4- Les évènements A et B d'une même expérience aléatoire tels que $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ et $B = \{3; a; b; 7\}$ sont incompatibles.

EXERCICE 2 **(2 points)**

Pour chaque affirmation du tableau suivant, trois réponses sont proposées et une seule est exacte. Ecris le numéro de l'affirmation et la lettre de la colonne qui correspond à la réponse juste.

N°	Affirmations	A	B	C
1	f et g sont des fonctions définies sur $\mathbb{R}$. Si $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \to +\infty} g(x) = -6$ alors $\lim_{x \to +\infty} (f \times g)(x)$ est égale à :	-∞	+∞	-6
2	f est la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{-3x+2}{x-4}$. La dérivée de f est la fonction f' telle que $f'(x)$ est égale à :	$\frac{10}{(x-4)^2}$	$\frac{10}{(x-4)}$	$-\frac{10}{(x-4)^2}$
3	Soit A et B deux événements de l'univers Ω tel que : $P(A) = 0{,}3$; $P(B) = 0{,}4$ et $P(A \cup B) = 0{,}5$. On a alors $P(A \cap B)$ est égale à :	0,2	0,7	0,9
4	La fonction qui à tout $x \longmapsto \ln(-x)$ est définie sur l'intervalle :	$]0; +\infty[$	$]-\infty; +\infty[$	$]-\infty; 0[$

EXERCICE 3 **(3,5 points)**

1- Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $x^2 - 3x - 10 = 0$

b) $\ln(x) = 5$

c) $\ln(e^2 x) = 0$

2- On donne le polynôme $q(x) = x^3 - 4x^2 - 7x + 10$,

a) Vérifie que $q(x) = (x-1)(x^2 - 3x - 10)$

b) En utilisant les résultats précédents, déduis l'ensemble solution de l'équation :

$(E) :\ x \in \mathbb{R}, (lnx)^3 - 4(lnx)^2 - 7lnx + 10 = 0$

EXERCICE 4 **(7,5 points)**

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$, par $f(x) = 3 - x + \ln(x)$ et (Cf) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 1 cm.

1- a) Justifie que $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = -\infty$.

b) Donne une interprétation graphique de cette limite.

2- a) Vérifie que : $\forall x \in]0; +\infty[, f(x) = x(\frac{3}{x} - 1 + \frac{lnx}{x})$.

b) Déduis-en la limite de f en $+\infty$.

3- On admet que f est dérivable sur $]0 ; +\infty[$.

a) Démontre que : $\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{1-x}{x}$.

b) Justifie que f est strictement croissante sur $]0; 1]$ et strictement décroissante sur $[1; +\infty[$.

c) Dresse le tableau de variation de f.

4- Justifie que l'équation $x \in [4; 5], f(x) = 0$ admet une solution unique $\boldsymbol{a}$.

5- Construis la courbe (Cf) sur $]0; 5]$, en t'aidant de la table des valeurs ci-dessous :

x	0,5	1	1,5	2,5	4,5	5
$f(x)$	1,8	2	1,9	1,4	0	-0,4

6- Soit (D) la droite d'équation $y = 2$.

a) Démontre que (D) est la tangente à (Cf) au point d'abscisse 1

b) Justifie que pour tout nombre réel $x \epsilon]0; +\infty[, f(x) \leq 2$

c) Déduis-en la position relative de (Cf) par rapport à (D)

7- L'objectif de cette question est de déterminer une aire. Pour cela :

a) Justifie que la fonction $x \longmapsto H(x) = xlnx - x$ est une primitive de la fonction $x \longmapsto h(x) = \ln x$.

b) Calcule l'aire de la partie délimitée par la courbe (Cf), la droite (D) et les droites d'équations respectives $x = 0{,}1$ et $x = 1$.

EXERCICE 5 **(5 points)**

Pour l'organisation d'une kermesse dans le quartier, le président du comité d'organisation ~~désire~~ propose le jeu suivant à un stand :

Une urne contient trois boules jaunes, deux boules bleues, une boule rouge et quatre boules vertes, toutes indiscernables au toucher. On tire au hasard une boule de l'urne. Les règles du jeu sont les suivantes :

Si la boule tirée est :

- Rouge, le joueur gagne 10000 F CFA.
- Verte, le joueur gagne 2000 F CFA.
- Jaune, le joueur gagne 3000 F CFA.
- Bleue, le joueur gagne m F CFA où m est un réel strictement positif.

Pour participer et gagner au jeu, ton ami Kohona, souhaite déterminer la valeur minimale de m pour être sûr de gagner en moyenne au moins 4500 F CFA. Il te sollicite pour l'aider.

À l'aide d'une production argumentée, basée sur tes connaissances en mathématiques, réponds à la préoccupation de ton ami.