

SUJET TYPE BAC N°5	T_{exp}
Durée : 3 heures	2025
MATHÉMATIQUES	B A C = BOSSER AVEC COURAGE

- ♣ La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie.
- ♣ Les traces de recherches, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.

Situation 1 : 3pts

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des affirmations ci-dessous suivi de "V" si l'affirmation est vraie ou "F" si elle est fautive :

N°	PHRASES INCOMPLÈTES
1	La fonction logarithme népérien est la primitive de la fonction exponentielle qui s'annule en 1.
2	h étant une fonction définie en 4, h admet une limite en 4 si et seulement si h admet en 4 une limite à gauche et une limite à droite égales.
3	Ω étant l'univers d'une expérience aléatoire, A un événement de Ω de probabilité non nul et B un événement de Ω , la probabilité que l'événement B se réalise sachant que l'événement A est : $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.
4	f étant une fonction non définie en 2, d'ensemble de définition D_f et de limite le nombre 3 en 2, la fonction g définie par $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \in D_f \\ f(2) = 5 \end{cases}$ est le prolongement de par continuité de f au point 2.

Situation 2 : 2,25pts

Pour chaque affirmation incomplète du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'obtenir l'affirmation vraie. Écris sur ta feuille de copie le numéro de chaque affirmation incomplète suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	AFFIRMATIONS INCOMPLÈTES	RÉPONSES	
1	Pour tout nombre réel positif x et pour tous nombres entiers naturels non nuls n et m , le nombre $(x^n)^{\frac{1}{p}}$ est égal à ...	A	$\sqrt[p]{x^n}$
		B	$\frac{p}{x^n}$
		C	$\sqrt[n]{x^p}$
		D	$(\sqrt[n]{x})^p$
2	Soit f la bijection de \mathbb{R} vers \mathbb{R} telle que $f(x) = 4x + 8$. La bijection réciproque de f est la bijection g de \mathbb{R} vers \mathbb{R} telle que ...	A	$g(x) = \frac{1}{4}x - \frac{1}{8}$
		B	$g(x) = x - 2$
		C	$g(x) = 8x - 4$
		D	$g(x) = \frac{1}{4}x - 2$
3	On considère la bijection de $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ vers $] -1 ; 1[$ telle que $f(x) = \sin x$. Sachant que f est dérivable sur $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ et sa bijection réciproque f^{-1} est dérivable en $\frac{1}{2}$, on obtient $(f^{-1})'(\frac{1}{2})$ est égale à ...	A	$\frac{1}{f'(\frac{\pi}{6})}$
		B	$\frac{1}{\cos(\frac{\pi}{6})}$
		C	$\frac{1}{\sin(\frac{\pi}{6})}$
		D	$\frac{1}{\cos(\frac{1}{2})}$

Situation 3 : 9,75pts

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^* par : $f(x) = e^x + \frac{1}{x}$. On désigne par (C_f) sa courbe représentative de dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; I ; J)$ tel que $OI = 2 \text{ cm}$ et $OJ = 1 \text{ cm}$.

A) Étude d'une fonction auxiliaire :

Soit la fonction g dérivable, définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = x^2 e^x - 1$.

- Calcule les limites de g en $+\infty$ et $-\infty$.
- Étudie le sens de variation de g .
- On donne ci-dessous le tableau de variation de g .

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$g(x)$				

Démontre qu'il existe un unique réel α appartenant à $[0; +\infty[$ tel que $g(\alpha) = 0$.

- Vérifie que : $0,703 < \alpha < 0,704$. On admettra que α est l'unique nombre réel tel que $g(\alpha) = 0$.
- Démontre que pour tout x appartenant à $] -\infty; \alpha[$, $g(x) < 0$ et pour tout $] \alpha; +\infty[$, $g(x) > 0$.

B) Étude de la fonction f :

On admet que f est dérivable en tout point de \mathbb{R}^* . On note f' la fonction dérivée de f .

- Calcule les limites de f en $+\infty$, en $-\infty$, à gauche en 0 et à droite en 0.
- Calcule $\lim_{+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interprète le résultat.
- Précise les asymptotes de la courbe (C_f) .
- Démontre que pour tout réel x non nul, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
- Déduis-en le sens de variation de f .
- Dresse le tableau de variation de f .
- Démontre que sur $]0; +\infty[$, la fonction f admet en α un minimum égal à : $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha}$.
- Construis la courbe (C_f) .

Evaluations des Compétences : 5pts

Lors d'une expérience au laboratoire d'un Lycée, un groupe d'élèves a injecté une dose de 1 000 bactéries à un lapin. Dans le corps de celui-ci, le nombre de bactéries est multiplié par 1,1 chaque heure. De plus, sa consommation devient dangereuse pour les prédateurs à partir du moment où il contient plus de 9 milliards de ces bactéries. Par inattention, le lapin s'est échappé du laboratoire juste après qu'il ait reçu l'injection et a disparu dans la broussaille non loin du laboratoire. Les élèves sont inquiets et veulent éviter que le lapin devienne un danger. Ils veulent savoir le temps dont ils disposent pour retrouver le lapin et lui inoculer l'antidote. Ils demandent ton aide. A l'aide d'une production écrite basée sur tes connaissances en mathématiques, détermine le temps dont disposent les élèves pour retrouver le lapin et lui inoculer l'antidote avant qu'il ne constitue un danger.