

BACCALAUREAT
SESSION 2019



Coefficient : 4
Durée : 3h

MATHEMATIQUES

SERIE G2

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.
Le candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.

EXERCICE 1

Le conseil régional donne une subvention de 414 000 F CFA pour atteindre une nappe d'eau souterraine dans un village du nord de la Côte d'Ivoire. Le coût du forage de puits est fixé à 1 000 F CFA le premier mètre, 1 200 F CFA le deuxième mètre, 1 400 F CFA le troisième mètre et ainsi de suite en augmentant de 200 F CFA par mètre creusé.

On désigne par U_n le coût en F CFA du n^e mètre creusé ($n \in \mathbb{N}^*$) et par S_n le coût total en F CFA d'un puits de n mètres de profondeur.

1. Soit P la fonction définie sur \mathbb{R} , par : $P(x) = x^2 + 9x - 4140$.
 - a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E) ; $P(x) = 0$.
 - b) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation (I) ; $P(x) \leq 0$.
2. a) Déterminer U_4 et U_5 .
b) Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n , puis préciser la nature de la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$.
c) Exprimer U_n en fonction de n .
3. a) Démontrer que : $S_n = 100n^2 + 900n$
b) En utilisant la question 1.b), déterminer la profondeur maximale du forage que l'on peut réaliser.

EXERCICE 2

Pour établir le prix unitaire le plus adapté d'un produit, une société effectue une étude statistique. Le tableau ci-dessous indique le nombre d'acheteurs correspondant à un prix unitaire donné.

Prix unitaire en centaines de F CFA : x_i	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre d'acheteurs en milliers : y_i	125	120	100	80	70	50	40	25

1. a) Construire le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal.
Unités graphiques : 1 cm pour 100 F CFA sur l'axe des abscisses ;
1 cm pour 10 milliers d'acheteurs sur l'axe des ordonnées.
b) Déterminer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le nuage de points.
2. a) Calculer la variance $V(X)$ de x et la variance $V(Y)$ de y .

- b) Calculer la covariance $\text{Cov}(X, Y)$ de la série double (x, y) .
- c) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r de la série (x, y) , puis interpréter le résultat.
3. a) Démontrer qu'une équation de la droite (D) de régression de y en x par méthode des moindres carrés est $y = -15x + 189$. (Les coefficients seront arrondis à l'unité)
- b) Tracer la droite (D) dans le nuage de points.
- c) Déterminer une estimation du nombre d'acheteurs du produit si le prix unitaire était fixé à 1 200 F CFA.

PROBLEME

Soit f la fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} telle que : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$.

(C) désigne la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), d'unité graphique 2 cm.

Partie A

Soit g la fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} telle que : $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = e^x + x - 1$

1. a) Calculer la limite de g en $-\infty$.
- b) Calculer la limite de g en $+\infty$.
2. a) Calculer $g'(x)$ pour tout nombre réel x , g' étant la dérivée de g .
- b) En déduire les variations de g sur \mathbb{R} .
3. a) Dresser le tableau de variation de g .
- b) En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans \mathbb{R} .
- c) Justifier que : $-1,28 < \alpha < -1,27$.
4. Démontrer que :
$$\begin{cases} \forall x \in]-\infty ; \alpha[, & g(x) < 0 ; \\ \forall x \in]\alpha ; +\infty[, & g(x) > 0. \end{cases}$$

Partie B

1. Calculer la limite de f en $-\infty$ et interpréter graphiquement le résultat.
2. a) Calculer la limite de f en $+\infty$.
- b) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$.
- c) Etudier la position relative de (C) par rapport à (D).
3. a) Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$, f' étant la dérivée de f .
- b) Déterminer le signe de $f'(x)$.
- c) En déduire les variations de f .
4. a) Démontrer que $f(\alpha) = \alpha + 1$.
- b) Dresser le tableau de variation de f .
5. a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisses 0.
- b) Construire dans le repère (O, I, J) les droites (T), (D) et la courbe (C).