

INSTITUT JEAN PAUL II	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES SEQUENCE N°2	ANNEE SCOLAIRE 2019-2020
DEPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES		CLASSE : 1^{re} A4
Examinateur : M SECK SECK		DUREE : 3H
		COEF : 3

EXERCICE1 (6pts)

A/

Déterminer le triplet (x, y, z) de réels, solution du système (S) suivant :
$$\begin{cases} 2x - y + z = 7 \\ x + 2y - z = 6 \\ -2x + y + 2z = 11 \end{cases} \quad (2pts)$$

B/ Utiliser les propriétés de puissances pour simplifier l'expression $E = \frac{0,81 \times 0,36 \times 2560}{0,144 \times 2,16 \times 64}$ **(1,pt)**

C/ L'aire d'un champ rectangulaire est $425m^2$. Si on augmente sa largeur de 2m, l'aire est alors de $513m^2$.

1-) On désigne par x la longueur de ce champ et y sa largeur.

a-) Montrer que x et y vérifie le système $\begin{cases} x + y = 42 \\ xy = 425 \end{cases}$ **(1,5pt)**

b-) Résoudre ce système **(1pt)**

2-) Dédurre des questions précédentes les dimensions de ce champ. **(0,5pt)**

EXERCICE2 (4,5pts)

A/ Calculer les limites suivantes

(0,5*3=1,5pt)

a-) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 3}$, b-) $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x - 1}{x + 2}$, c-) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 5x + 1}{x + 2}$

B/ On donne les fonctions suivantes :

a-) $f(x) = \frac{2x + 3}{(x^2 + 3x - 1)^4}$ b-) $g(x) = \frac{x^7 - 2x^5 + x + 2}{x^3}$ c-) $h(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{2x^2 + 4x - 1}}$

1-) Déterminer une primitive pour chacune des fonctions suivantes.

(0,75*3=2,25pts)

2-) Déterminer la primitive de f qui prend la valeur en 1 en 0.

(0,75pts)

PROBLEME 9,5PTS

Le plan est muni du repère (O, I, J) . On considère la fonction numérique f telle que

$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ et (C) sa représentation graphique.

1. a. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f . **(0,5pt)**

b. Calculer les limites de f aux bornes de D_f . **(2pts)**

2. a. Etudier les variations de f . **(1pt)**

b. Dresser le tableau de variation de f . **(0,5pt)**

3. a. Déterminer trois réels a, b et c tels que : pour tout x de D_f , $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}$ **(1pt)**

b. En déduire que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à (C). **(1pt)**

c. Etudier la position relative de (C) et (D). **(0,5pt)**

d. Indiquer une équation de l'asymptote verticale (Δ). **(0,5pt)**

4. a. Démontrer que le point $\Omega(-2; -1)$ est un centre de symétrie de (C). **(0,75pt)**

b. Construire (C). **(1,75pt)**



Epreuve de Mathématiques

Exercice 1 :

[5.5pts]

1. Résoudre dans \mathbb{R} (E) : $x^2 - 6x + 5 = 0$ et (I) : $-x^2 + 2x + 7 \geq 0$

[1,5pt]

2. Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système ci-dessous

$$\begin{cases} x + y + z = 36000 \\ x = 3z \\ x - y = 6000 \end{cases}$$

[2pts]

3. Pour préparer une fête, Monsieur NKUIKEU a acheté un pantalon à son fils Eden, un tissu à sa fille Priscile et une autre paire de chaussures à son tout petit Paul-David. Le pantalon a coûté trois fois plus cher que les chaussures. Le tissu a coûté 6.000F de moins que le pantalon. Calculer le prix d'achat de chaque article sachant que M. NKUIKEU a dépensé 36.000F

Exercice 2 :

[5,5pts]

1. (a) Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système (S_1) suivant :

$$\begin{cases} 5t - p = -4 \\ 6t - p = 2 \end{cases}$$

[1,5pt]

(b) En déduire dans \mathbb{R}^2 les solutions du système (S_2) défini par :

$$\begin{cases} \frac{5}{t-4} - \frac{1}{p-30} = -4 \\ \frac{6}{t-4} - \frac{1}{p-30} = 2 \end{cases}$$

2. Un groupe de personnes a réservé dans un restaurant. Toutes les tables sont identiques.

- Si les personnes sont réparties sur 5 tables, il reste 4 personnes non assises.
- Si les personnes sont réparties sur 6 tables, 2 places sont inoccupées.

On désigne par t le nombre de places assises sur chaque table et par p le nombre total de personnes du groupe

(a) Démontrer que t et p vérifient le système (S_1) ci-dessus

[1,5pt]

(b) En déduire le nombre de places et le nombre total de personnes de ce groupe

[1pt]

Exercice 3 :

[4pts]

On considère la fonction g définie par : $g(x) = \frac{2x+7}{x+3}$

1. Donner le domaine de définition de g

[0,5pt]

2. (a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow -3^+} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -3^-} g(x)$

[1,5pt]

- (b) Déduire de la question précédente les équations des asymptotes à la courbe représentative (C_g) de g

[1pt]

- (c) Représenter dans un même repère orthonormé, les deux asymptotes à la courbe représentative (C_g)

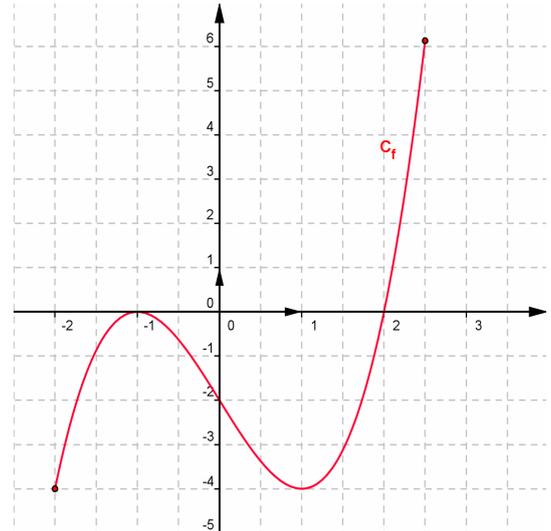
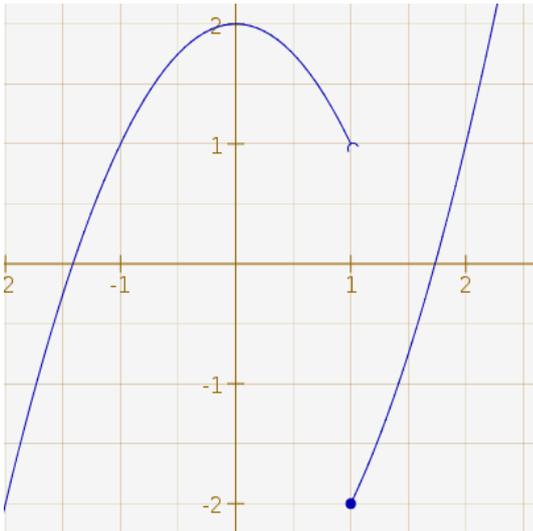
[1pt]

Exercice 4 :**[5pts]**1. Rappeler la définition d'une fonction f continue en x_0 **[0,5pts]**2. Réponds par **Vrai** ou **Faux**(a) L'arrondi d'ordre 4 de $\sqrt{10}$ est 3,1622**[0,5pts]**

(b) La courbe d'une fonction continue se trace sans lever la main

[0,5pts](c) Les fonctions rationnelles sont continues sur \mathbb{R} **[0,5pts]**

3. Observe attentivement les deux figures ci dessous

(a) Donner la courbe de la fonction discontinue et préciser le point de discontinuité **[0,5pts]**(b) A l'aide de la figure 2, calculer $f(-2)$ et $f(0)$ **[0,5pts]**

4. Calculer les limites suivantes :

[2pts]

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -5x^3 + 2x - 7$

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + 3x - 2}{5 - x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 5}{-2 + 5x}$

(d) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-3 + 2x}{x + 1}$

Fuis les passions de la jeunesse!!

OK
~~OK~~

Cette épreuve est constituée de deux exercices et d'un problème.

Exercice 1 : 6points

1. On considère le polynôme P défini par $P(x) = x^3 - 3x^2 - 46x - 72$
 - a) Calculer $P(-2)$ et conclure 1pt
 - b) Trouver trois réels a, b et c tels que $P(x) = (x+2)(ax^2 + bx + c)$. 1pt
 - c) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$. 1pt
 - d) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) > 0$. 1pt
2. a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$. 1pt
 - b) Vérifier que $x^4 - 5x^2 - 36 = (x^2 - 9)(x^2 + 4)$ et en déduire la résolution dans \mathbb{R} , l'inéquation $x^4 - 5x^2 - 36 \geq 0$. 1pt

Exercice 2 : 4points

1. Résoudre par la méthode du pivot de Gauss le système $\begin{cases} x + y - z = -2 \\ 3x + y + z = 8 \\ 8x + 2y + z = 14 \end{cases}$ 2pts
2. On considère la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$. Montrer que si la courbe de la fonction f passe par les points $A(1; -2)$, $B(3; 8)$ et $C(4; 7)$ alors a, b et c vérifient le système de la question 1. En déduire a, b et c . 2pts

Problème : 10 points

On considère la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 2}$. Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J) . Unité graphique : 1 cm sur chaque axe. (C) sa courbe représentative.

1. a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f . 0,5pt
 - b) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition 2pts
 - c) En déduire que la courbe de f a une asymptote verticale 0,5pt
2. a) Calculer la dérivée de f et donner le sens de variation de f 2pts
 - b) Dresser son tableau de variation 2pts
3. a) Vérifier que pour tout $x \in D_f$, $f(x) = x + 1 + \frac{4}{x-2}$. 0,5pt
 - b) En déduire que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote oblique à la courbe de f .
 - c) Étudier les positions relatives de (D) et (C) . 1pt
 - d) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = 1$. 1pt

Exercice 1(5 points)

1. Choisit la bonne réponse

(a) L'inéquation $-3x + 5 > -2x + 4$ admet pour solution (1pt)
a) $]-\infty; 1[$, b) $]-\infty; -1[$, c) $]-\infty; 1]$, d) $]1 + \infty[$

(b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ a pour résultat (0,5 pt)
a) 0, b) $-\infty$, c) 2, d) -2

2. Montrer que la fonction f définie par $f(x) = x^3 - x$ est impaire. (1pt)

3. (a) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système (1,5 pt)

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ -2x + y + z = -1 \\ x + 3y + z = 0 \end{cases}$$

(b) Déduire \mathbb{R}^3 les solutions du système (1pt)

$$\begin{cases} x + \frac{1}{y} + z^2 = 2 \\ -2x + \frac{1}{y} + z^2 = 1 \\ x + \frac{3}{y} + z^2 = 0 \end{cases}$$

Exercice 2(5 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = 2x^3 + 8x^2 - 8x - 32$.

1. Donner le domaine de définition D_f de f . (0,5pt)

2. (a) Calculer $f(2)$. (0,5pt)

(b) Déterminer les réels a , b et c tels que pour tous $x \in D_f$ $f(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$. (1pt)

(c) Déduire la forme factorisée de f . (1pt)

3. (a) Étudier le signe de f dans un tableau de signe. (1pt)

(b) Déduire les solutions dans \mathbb{R} de l'inéquation $f(x) \geq 0$. (1pt)

Problème(10 points)

I) Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J) .

Soit f définie par $f(x) = \frac{-x^2}{x - 1}$.

1. (a) Détermine l'ensemble de définition D_f de f sous forme d'une réunion d'intervalles. (1pt)

(b) Déterminer les limites de f aux bornes de D_f . (2pt)

(c) Déduire que f admet une asymptote que l'on précisera. (1pt)

2. Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$. (1pt)

3. Démontre que la droite d'équation $y = -x - 1$ asymptote à la courbe de f . (1pt)

4. Étudier la position relative entre la courbe de f et asymptote oblique. (1pt)

5. Démontre que le point $\Omega(1; -2)$ est un centre de symétrie à la courbe de f . (1,5pt)

II) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \geq 1 \\ \frac{x-1}{x} & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

1. Calcul $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ et $f(1)$.

(1,5pt)

2. f est-elle continue en 1 ?

(1pt)

Evaluation sommative n° 2

Classe : T^{le}A ; Durée : 2 h ; Coef : 03

Examineur : Georges Michaël TCHOUPA

*L'épreuve comporte deux exercices et un problème sur une page numérotée 1.
Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction de la copie et de l'orthographe.
L'utilisation d'une calculatrice non programmable est autorisée.*

Exercice 1 : 6 points

1. Donner la notation scientifique du nombre réel : $A = 3704 \times 10^{-5}$. [1pt]
2. (a) Comparer 8 et $5\sqrt{3}$, puis déduire le signe de $8 - 5\sqrt{3}$. [1pt]
(b) Développer et réduire $B = (8 - 5\sqrt{3})^2$. [0.5pt]
(c) En déduire une écriture simplifiée de $C = \sqrt{139 - 80\sqrt{3}}$. [1pt]
3. Donner la troncature, l'arrondi et l'encadrement à deux décimales de $x = 10\sqrt{29}$. [1.5pts]

Exercice 2 : 3 points

1. Résoudre dans \mathbb{R}^3 , par la méthode du pivot de Gauss le système [1.5pts]

$$(S) : \begin{cases} x + y + z = 75 \\ 2x + y + z = 105 \\ 6x + 3y + 4z = 340 \end{cases}$$

2. Pour sécuriser sa ferme, un fermier organise une partie de chasse aux renards, aux éperviers et aux criquets. Au retour, on compte 75 têtes et 210 pattes. Le transporteur reçoit une somme de 170000F à raison de 3000F par renard, 1500F par épervier et 2000F par criquet. On admet que chaque animal a une tête ; qu'un renard a 4 pattes, qu'un épervier a 2 pattes et qu'un criquet a 2 pattes.
Déterminer le nombre d'animaux tués, de chaque espèce. [1.5pts]

Problème : 12 points

Pour chacune des fonctions ci-dessous, répondre aux questions suivantes :

- Déterminer le domaine de définition de la fonction ;
- Déterminer les limites aux bornes de ce domaine en précisant les asymptotes éventuelles ;
- Déterminer l'ensemble de dérivabilité de la fonction ;
- Déterminer la fonction dérivée f' et étudier son signe ;
- Dresser le tableau de variations de la fonction ;
- Déterminer une équation de la tangente (T) au point d'abscisse -1 .

$$f(x) = x^2 - 4x + 5 \quad g(x) = -x^3 + 3x^2 \quad h(x) = \frac{2x}{x+2} \quad p(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x-2}.$$

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

*L'épreuve comporte deux exercices et un problème.
Les pages sont numérotées de 1 à 2. La qualité de la rédaction sera prise en compte.*

EXERCICE 1 : 05 points

I/ Pour chacune des propositions ci-dessous, une seule réponse est juste. Recopier le numéro de la question suivi de cette réponse juste.

- 1- La fonction $x \mapsto 1 - x^2$ est :
a) Ni paire, ni impaire ; b) Paire ; c) Impaire **1pt**
- 2- L'ensemble de définition de la fonction $x \mapsto \sqrt{-x}$ est :
a) $]0 ; +\infty [$ b) $]-\infty ; 0]$ c) \mathbb{R} **1pt**
- 3- Pour tout $x \in \mathbb{R} - \{3\}$ la limite de la fonction $x \mapsto \frac{x^2+9}{3-x}$ quand x tend vers 3 par valeur positive est :
a) 0 b) $-\infty$ c) $+\infty$ **1pt**

- II/ Soit f la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x > 0 \\ x + 2 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$
- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ **1pt**
- b) La fonction f est-elle continue en 0 ? Justifier votre réponse **1pt**

EXERCICE 2 : 05 points

- 1- On considère le système suivant : $(S) : \begin{cases} x + y + z = 120 \\ x - 2y + z = 0 \\ 2x + 2y - z = 75. \end{cases}$

Résoudre dans \mathbb{R}^3 , le système (S) à l'aide de la méthode du pivot de Gauss **2pts**

2- Paul possède trois (03) sacs dont un (01) de maïs, un (01) d'igname et un (01) de riz. Les trois (03) sacs pèsent ensemble 120kg. La somme des poids du sac de maïs et du sac de riz est le double de celui du sac d'igname. Si l'on ajoute 75kg au sac du riz, son poids sera le double de la somme des poids du sac de maïs et du sac d'igname. On désigne par x le poids du sac de maïs, y le poids du sac d'igname, et z celui du sac de riz

- a) Montrer que x , y et z vérifient le système (S) **2pts**
- b) En déduire le poids de chaque sac **1pt**

PROBLEME : 10 points

Partie A : 05,5 points

1. Résoudre dans IR l'équation suivante : $x^2 + 102x - 535 = 0$ 1pt
2. Résoudre dans IR l'inéquation suivante : $x^2 + 102x - 535 \geq 0$ 1pt
3. On place une somme de 200 000 F dans une banque afin de produire des intérêts. Cette somme est placée à un taux annuel de $\%$. Après un an, on retire le capital placé et les intérêts qu'il a produit pour le replacer le tout à un taux de $(x + 2) \%$. L'intérêt produit au cours de cette deuxième année est alors 14 700 F.
 - a) Déterminer en fonction de x la somme retirée à la fin de la première année. 0,5pt
 - b) Déterminer en fonction de x l'intérêt produit à la fin de la deuxième année. 1,5pt
 - c) En déduire que x vérifie l'équation $x^2 + 102x - 535 = 0$. 1pt
 - d) Trouver la valeur de x 0,5pt

Partie B : 04,5 points

On considère le polynôme P défini par : $P(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$

- 1- Calculer $P(-3)$ et conclure 0,5pt
- 2- Déterminer le polynôme $Q(x)$ tel que $P(x) = (x + 3)Q(x)$ 1pt
- 3- On suppose que $Q(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$
 - a- Vérifier que 1 est racine du polynôme $Q(x)$. 0,25pt
 - b- Déterminer les réels a : b et c tels que $Q(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$ 0,75pt
- 4- Résoudre dans IR l'équation $P(x) = 0$ 1pt
- 5- Résoudre l'inéquation $P(x) \geq 0$ 1pt