

DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES N°2

Niveau : Terminale A₂

Durée : 2 heures

Date : lundi 11 janvier 2021

Ce devoir comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2

EXERCICE (3 Pts)

Soit h une fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} , définie par : $h(x) = -x^2 + 4x + 5$.

1. Etudie le signe de $h(x)$ suivant les valeurs de x .
2. Détermine l'ensemble des solutions de l'inéquation $x \in \mathbb{R}, h(x) > 5$

EXERCICE (5 Pts)

On donne, ci-dessous, le tableau de variation d'une fonction numérique g .
On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère (O, I, J) .

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$g'(x)$		-	+	+
$g(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$	3

Diagramme du tableau de variation :
 - À $x = -\infty$, $g(x) = +\infty$.
 - À $x = -2$, $g(x) = 1$.
 - À $x = 1$, $g(x) = +\infty$.
 - À $x = +\infty$, $g(x) = 3$.
 - La courbe a une asymptote horizontale à $y = 3$ en $+\infty$ et une asymptote verticale à $x = 1$ en $+\infty$.

En utilisant le tableau de variation ci-dessus :

- 1) Détermine,
 - a) l'ensemble de définition de g .
 - b) les limites aux bornes de cet ensemble de définition.
 - c) Trouve $g'(-2)$
- 2) Donne le sens de variation de g .
- 3) Précise les asymptotes à courbe (C) en justifiant ta réponse.

PROBLEME (12 Pts)

On considère la fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 1 cm sur chaque axe.

1. Détermine l'ensemble de définition de f .
2. a- Calcule $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ puis interprète graphiquement ces résultats.
 b- Détermine les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
3. a- Calcule la fonction dérivée f' de la fonction f .

- b- Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variation.
4. Détermine les nombres réels a , b et c tels que :
 pour tout nombre réel x différent de -1 , $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.
5. a- Démontre que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote oblique à (C_f) en $-\infty$ et en $+\infty$.
 b- Etudie la position relative de (C_f) et (D) .
6. Démontre que le point $A(-1; -2)$ est un centre de symétrie de (C_f) .
7. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant

x	-4	-3	-2	-1,5	-0,5	0	1	2
$f(x)$								

8. Construis la droites (D) , puis la courbe (C_f) .