



MATHÉMATIQUES



SERIE : A₂

Fomesoutra.com
ga soutra !
Docs à portée de main

*Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
dont une feuille annexe.
Toute calculatrice est autorisée*

EXERCICE 1

Soit P le polynôme défini par $P(x) = x^3 - 4x^2 - x + 4$

1. Factoriser sous la forme d'un produit de polynômes du premier degré, les expressions suivantes :

a) $u(x) = x^3 - x$;

b) $v(x) = -4x^2 + 4$;

2. En déduire que 1, -1 et 4 sont les seuls zéros de $P(x)$.

3. En utilisant les zéros de $P(x)$, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$(\ln x)^3 - 4(\ln x)^2 - \ln x + 4 = 0.$$

EXERCICE 2

Une promotion terminale du Lycée Sainte Marie organise en fin d'année une tombola en mettant en vente 600 billets.

Mais 500 billets seulement ont été vendus.

Parmi les 500 billets vendus :

Un billet gagne un lot d'une valeur de 62 000 F ;

4 billets gagnent chacun un lot d'une valeur de 12 500 F ;

9 billets gagnent chacun un lot d'une valeur de 7000 F ;

50 billets gagnent chacun un lot d'une valeur de 500 F ;

Les autres billets sont perdants.

1. Pour encourager ses élèves, la directrice du Lycée est la toute première personne qui paie et choisit au hasard un billet. Tous les billets ont la même probabilité d'être choisis.

Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

A « la directrice gagne un lot d'une valeur de 7000 F » ;

B « la directrice gagne un lot d'une valeur de 500 F » ;

C « la directrice ne gagne rien » ;

2. Les billets sont vendus à 1000 F.

Justifier alors que cette tombola rapporte à cette promotion la somme de 300 000 F.

PROBLEME

Sur le graphique donné en annexe, (C) est la courbe de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = 3 - x + \ln x$.

La droite (D) d'équation : $y = 2$ est la tangente à (C) au point d'abscisse 1.

(T) est la tangente à (C) au point d'abscisse 0,5. Cette droite passe par les points $A(0,5; 2,5 - \ln 2)$ et $B(2; 4 - \ln 2)$.

La droite d'équation $x = 0$ est une asymptote verticale à (C) .

Le plan est muni d'un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm.

Fomesoutra.com
ga soutra !

Docs à portée de main

PARTIE A

Dans cette partie, les réponses sont données à partir de la lecture graphique. Aucune justification n'est demandée.

1. Préciser la limite de f en 0.
2. Calculer la valeur du coefficient directeur de la droite (T) .
3. Préciser le signe de la fonction dérivée f' de f sur les intervalles $]0; 0,5]$ et $[2; 5]$.
4. Donner la valeur de x pour laquelle f atteint son maximum. Préciser ce maximum.
5. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.

PARTIE B

Dans cette partie, on justifie les résultats trouvés dans la partie A.

1. Calculer la limite de f en 0 et en $+\infty$.
2. Calculer $f'(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à $]0; +\infty[$.
3. a) Calculer $f'(\frac{1}{2})$
b) Écrire une équation de la droite (T)
4. a) Justifier que f est strictement décroissante sur $]1; +\infty[$.
b) Dresser le tableau de variation de f sur $]0; +\infty[$.
5. Justifier que pour tout nombre réel x appartenant à $]0; +\infty[$, $f(x) \leq 2$.
6. a) Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution α comprise entre 4 et 5.
b) Dans le tableau ci-dessous, on donne les signes des valeurs de $f(x)$ entre 4,50 et 4,51.

A l'aide de ce tableau, donner l'arrondi de α au centième près.

x	4,500	4,501	4,502	4,503	4,504	4,505	4,506	4,507	4,508	4,509	4,51
Signe de $f(x)$	+	+	+	+	+	+	-	-	-	-	-

