

MATHÉMATIQUES

SERIE A1

*Cette épreuve comporte deux (2) pages numérotées 1/2 et 2/2.
 L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.*

EXERCICE 1 (2 points)

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de vrai si la proposition est vraie ou de faux si elle est fausse.

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (5 + 2x + x^2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2)$
2. La fonction $x \mapsto \ln x$ est définie sur $]0; +\infty[$.
3. Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle $[a; b]$.
 Si $f(a) \times f(b) > 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[a; b]$.
4. Si A est un évènement de l'univers Ω d'une expérience aléatoire, alors $P(A) \geq 0$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque énoncé du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie. Écrit, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Énoncé	A	B	C	D
1	$\ln 64 - \ln 8$ est égal à ...	$\ln 64.$	$\ln 512.$	$\ln 8.$	$\ln 56.$
2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-x+1}{x^2} \right)$ est égale à ...	$+\infty.$	$0.$	$-\infty.$	$-1.$
3	La dérivé sur $]0; +\infty[$ de la fonction $x \mapsto 1 + \ln x$ est la fonction ...	$1 + \ln x$	$\ln x.$	$1 + \frac{1}{x}.$	$\frac{1}{x}.$
4	A et B sont deux évènements de l'univers Ω d'une expérience aléatoire tels que : $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,4$ et $P(A \cap B) = 0,15$. $P(A \cup B)$ est égale à ...	$0,75.$	$0,45.$	$0,6.$	$0,08.$

EXERCICE 3 (4 points)

Une urne contient dix (10) boules indiscernables au toucher et numérotées de 1 à 10. On tire au hasard et simultanément trois (3) boules de cette urne et on note le numéro obtenu sur chacune des boules tirées.

1. Justifie que le nombre de tirages possibles est : 120.
2. Calcule sous forme décimale à 10^{-3} près, la probabilité des évènements suivants :
 - a. E : « obtenir des boules portant un numéro pair » ;
 - b. F : « obtenir exactement une boule portant un numéro pair » ;
 - c. G : « obtenir au moins une boule portant un numéro impair ».
3. Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le nombre de boules ayant un numéro pair
 - a. Justifie que les valeurs prises par X sont : 0 ; 1 ; 2 et 3 ;
 - b. Justifie que $P(X = 2) = 0,417$;
 - c. On admet $P(X = 0) = 0,083$; $P(X = 1) = 0,417$ et $P(X = 3) = 0,083$.
 Calcule $E(X)$.

EXERCICE 4 (7 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 1 - x + e^x$.

On note (\mathcal{C}) la représentation graphique de dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1 cm.

1. Justifie que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.
2.
 - a. Vérifie que pour tout nombre réel x non nul, $f(x) = x \left(\frac{1}{x} - 1 + \frac{e^x}{x} \right)$;
 - b. Déduis-en que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
3.
 - a. Démontre que la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ est asymptote oblique à (\mathcal{C}) en $-\infty$.
 - b. Justifie que (\mathcal{C}) est au dessus de (D) sur \mathbb{R} .
4. On admet que f est dérivable sur \mathbb{R} .
 - a. Justifie que pour tout nombre réel x , $f'(x) = -1 + e^x$;
 - b. Justifie que f est strictement décroissante sur $]-\infty; 0]$ et strictement croissante sur $[0; +\infty[$.
5. Dresse le tableau de variation de f .
6. Recopie puis complète le tableau suivant. On donnera les résultats arrondis à l'ordre 1.

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	4		2,4	2		6,4

7. Trace la droite (D) et la courbe (\mathcal{C}) sur l'intervalle $[-3; 2]$.
8.
 - a. Justifie que la fonction $F : x \mapsto x - \frac{1}{2}x^2 + e^x$ est une primitive sur \mathbb{R} de la fonction f ;
 - b. On admet que la courbe (\mathcal{C}) est au-dessus de l'axe (OI) sur l'intervalle $[0; 2]$.
Calcule l'aire en cm^2 de la partie du plan délimitée par la courbe (\mathcal{C}) , l'axe (OI) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.

EXERCICE 5 (5 points)

Une coopérative de commerçants de vivriers a acheté un véhicule à 60 millions de francs cfa en 2021 pour le transport de leurs marchandises. Ce véhicule perd 15% de sa valeur chaque année et sa valeur V_n à la n - ième année après 2021 est modélisée par : $V_n = 60\,000\,000 \times (0,85)^n$.

Les membres de la coopérative ont pris la décision de remplacer lorsque sa valeur atteindra 15 millions de francs cfa. Pour ne pas être surpris, le responsable chargé de la logistique décide de déterminer l'année au cours de laquelle ce véhicule doit être remplacé. Eprouvant des difficultés à le faire, et il te sollicite.

A l'aide d'une production argumentée par tes connaissances mathématiques au programme, répond à la préoccupation du responsable chargé de la logistique.

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL – SESSION : AVRIL 2023 - SERIE

Exercice	Corrigé	Barème	
		Points	Total
Exercice 1	1 – vrai ; 2 – faux ; 3 – faux ; 4 – faux	0,5 × 4	2
Exercice 2	1 – C ; 2 – B ; 3 – D ; 4 – B	0,5 × 4	2
Exercice 3	<p>1. Le nombre de choix possible est le nombre de combinaisons de 3 éléments d'un ensemble à 10 éléments. Donc le nombre de choix possibles est $C_{10}^3 = \frac{A_{10}^3}{3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = \frac{720}{6} = 120$.....</p> <p>2. 10 boules $\begin{cases} 5 \text{ boules portant chacune un numéro pair} \\ 5 \text{ boules portant chacune un numéro impair} \end{cases}$ a. Soit Ω l'univers des éventualités de l'expérience aléatoire. $\text{card } \Omega = 120$; $\text{card } E = C_5^3 = 10$; $P(E) = \frac{\text{card } E}{\text{card } \Omega} = \frac{10}{120} = 0,083$..... b. $\text{card } F = C_5^1 \times C_5^2 = 5 \times 10 = 50$; $P(E) = \frac{\text{card } F}{\text{card } \Omega} = \frac{50}{120} = 0,417$..... c. E et G sont deux événements contraires ; donc $P(G) = 1 - P(E) = 1 - 0,083 = 0,917$.....</p> <p>3. X est la variable aléatoire désignant le nombre de boules portant un numéro pair à l'issu d'un tirage a. <ul style="list-style-type: none"> - Si le tirage ne contient aucune boule portant un numéro pair alors la valeur prise par X est 0 - Si le tirage ne contient exactement une boule portant chacune un numéro pair alors la valeur prise par X est 1 - Si le tirage ne contient exactement deux boules portant chacune un numéro pair alors la valeur prise par X est 2 - Si les trois boules du tirages contiennent chacune un numéro pair, alors la valeur prise par X est 3. Ainsi on obtient que les valeurs prise par X sont 0 ; 1 ; 2 et 3.....</p> <p>b. $P(X = 2) = \frac{C_2^2 \times C_8^1}{\text{card } \Omega} = \frac{10 \times 5}{120} = 0,417$.....</p> <p>c. $E(X) = 0 \times P(X = 0) + 1 \times P(X = 1) + 2 \times P(X = 2) + 3 \times P(X = 3)$ $E(X) = 0 + 0,417 + 0,834 + 0,249 = 1,5$.....</p>	0,5 0,25 0,5 0,5 0,5 0,75 0,5 0,5	4
	Exercice 4	<p>1. Justification correcte</p> <p>2. a. Pour tout nombre réel x non nul, $x \left(\frac{1}{x} - 1 + \frac{e^x}{x} \right) = \frac{x}{x} - x + \frac{xe^x}{x} = \frac{x}{x} - x + \frac{xe^x}{x} = 1 - x + e^x = f(x)$.....</p> <p>b. Justification correcte.</p> <p>3. a. Pour tout nombre réel x, $f(x) - (-x + 1) = e^x$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$. Donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x + 1)] = 0$. On en déduit que la droite (D) : $y = -x + 1$ est asymptote oblique à (C) en $-\infty$;</p> <p>b. Justification correcte</p> <p>4. a. Justification correcte</p>	0,5 0,5 0,5 0,75 0,5 0,5

Exercice 4	b. $f'(0) = 0 ; \forall x \in]-\infty; 0[, f'(x) < 0$ et $\forall x \in]0; -\infty[, f'(x) > 0$. Donc f est strictement décroissante sur $]-\infty; 0]$ et strictement croissante sur $[0; +\infty[$.	0,75	7															
	5. $f(0) = 2$	0,25																
	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td>2</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x		$-\infty$	0	$+\infty$	$f'(x)$		-	0	+	$f(x)$	$+\infty$		2		$+\infty$	0,5
	x	$-\infty$		0	$+\infty$													
	$f'(x)$			-	0	+												
	$f(x)$	$+\infty$			2		$+\infty$											
	6.	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>4</td> <td>3,1</td> <td>2,4</td> <td>2</td> <td>2,7</td> <td>6,4</td> </tr> </table>		x	-3	-2	-1	0	1	2	f(x)	4	3,1	2,4	2	2,7	6,4	0,5
	x	-3		-2	-1	0	1	2										
f(x)	4	3,1	2,4	2	2,7	6,4												
7. Voir annexe		0,5																
8.		0,5																
a. Justification correcte ;		0,5																
b. L'aire en cm^2 de la partie du plan délimitée par la courbe (C) , l'axe (Ox) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$ est :		0,75																
	$\int_0^2 f(x)dx = \left[x - \frac{1}{2}x^2 + e^x \right]_0^2 = \left(2 - \frac{4}{2} + e^2 \right) - \left(0 - \frac{0}{2} + e^0 \right) = e^2 - 1$.																	

Exercice 5 (5 points)

Corrigé

Pour répondre à la préoccupation du chargé de mission, je vais utiliser mes connaissances sur la fonction \ln :

Je vais :

- traduire le problème posé par une équation ;
- résoudre une équation faisant intervenir la fonction \ln ;
- répondre à la préoccupation du responsable chargé de la logistique.

Je traduis par problème posé par une équation

La valeur V_n du véhicule à la n - ième année après 2021 est modélisée par : $V_n = 60\,000\,000 \times (0,85)^n$.

Les membres de la coopérative ont pris la décision de remplacer le véhicule lorsque sa valeur atteindra 15 millions de francs cfa.

Ces deux informations me permettent de traduire le problème par l'équation $60\,000\,000 \times (0,85)^n = 15\,000\,000$.

Je résous une équation faisant intervenir la fonction \ln

Soit n un nombre réel,

$$60\,000\,000 \times (0,85)^n = 15\,000\,000 \quad \text{équivaut à} \quad (0,85)^n = 0,25$$

$$\text{équivaut à} \quad n \ln(0,85) = \ln(0,25)$$

$$\text{équivaut à} \quad n = \frac{\ln(0,25)}{\ln(0,85)}$$

La solution dans \mathbb{R} , de l'équation $60\,000\,000 \times (0,85)^n = 15\,000\,000$ est $\frac{\ln(0,25)}{\ln(0,85)}$.

Je réponds à la préoccupation du responsable chargé de la logistique

$$60\,000\,000 \times (0,85)^n = 15\,000\,000 \quad \text{équivaut à} \quad n = \frac{\ln(0,25)}{\ln(0,85)} \approx 8,53.$$

C'est donc dans la neuvième année que la valeur du véhicule atteindra 15 millions.

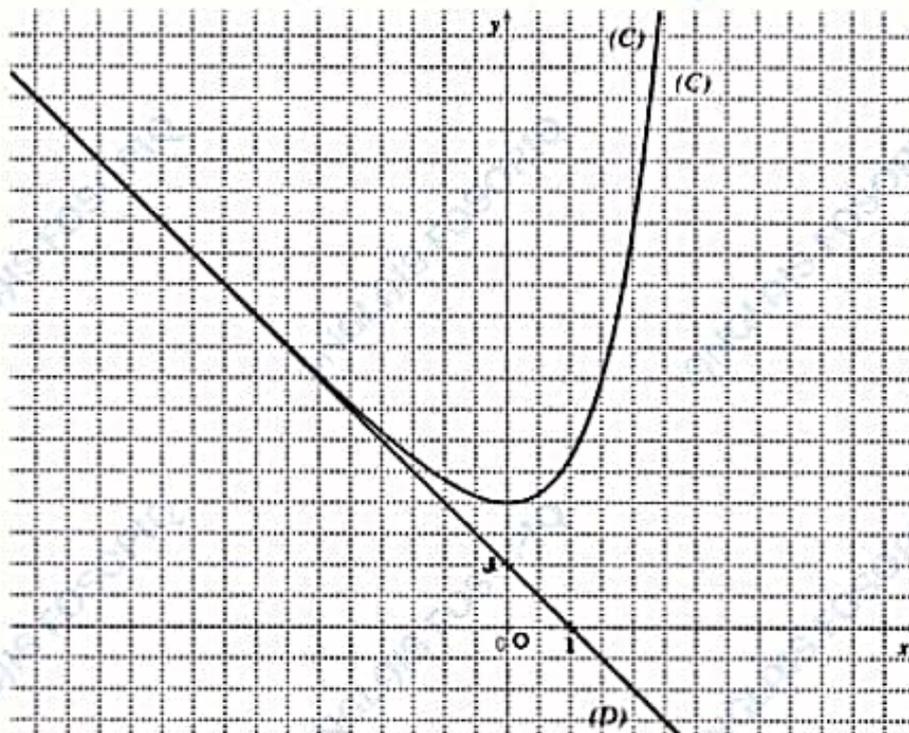
Ainsi, c'est au cours de l'année $2021 + 9 = 2030$, que la coopérative devra remplacer le véhicule.

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL - SESSION : AVRIL 2023 - SERIE

Barème critérié

Critère	Indicateurs de performance	Brème de notation
CM1 : pertinence Identification du modèle correspondant au problème posé	<ul style="list-style-type: none"> - Annonce du titre de la leçon à exploiter ; - Présence de l'explication du travail à faire ; - Résolution d'une équation faisant intervenir la fonction ln 	0,75 points 1 indic sur 3 → 0,5 pt 2 indic sur 3 → 0,75 pt
CM2 : utilisation correcte des outils mathématiques en situation <ul style="list-style-type: none"> - Choix des outils appropriés - Application correcte des propriétés, des règles et des définitions 	<ul style="list-style-type: none"> - traduction du problème par l'équation $60\,000\,000 \times (0,85)^n = 15\,000\,000$; - Résolution de l'équation ; $n \in \mathbb{R}, \quad 60\,000\,000 \times (0,85)^n = 15\,000\,000$ - Justification du choix de 9, l'année après 2021 pendant laquelle la valeur du véhicule sera de 15000000 F ; - Conclusion : détermination de l'année 2030, l'année au cours de laquelle la valeur du véhicule sera de 1500000 F. 	2,5 points 1 indic sur 4 → 0,75 pt 2 indic sur 4 → 2 pt 3 indic sur 4 → 2,5 pt
CM3 : cohérence de la réponse <ul style="list-style-type: none"> - cohérence entre les étapes de la démarche ; - cohérence dans la démonstration 	<ul style="list-style-type: none"> - le résultat produit est conforme au résultat attendu ; - le résultat produit est en adéquation avec la démarche ; - la qualité des enchaînements de la démarche. 	1,25 point 1 indic sur 3 → 0,75 pt 2 indic sur 3 → 1,25 pt
CP : critère de perfectionnement	<ul style="list-style-type: none"> - concision ; - originalité ; - présentation 	0,5 point 1 indic sur 3 → 0,25 pt 2 indic sur 3 → 0,5 pt

ANNEXE



MATHEMATIQUES

SERIE A2

Cette épreuve comporte deux (2) pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de **vrai** si la proposition est vraie et de **faux** si non.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (5 + 2x + x^2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2)$
- La fonction $x \mapsto \ln x$ est définie sur $]0; +\infty[$.
- Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle $[a; b]$.
Si $f(a) \times f(b) > 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[a; b]$.
- Si A est un évènement de l'univers Ω d'une expérience aléatoire, alors $P(A) \geq 0$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque énoncé du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie. Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Enoncé	A	B	C	D
1	$\ln 64 - \ln 8$ est égal à ...	$\ln 64$.	$\ln 512$.	$\ln 8$.	$\ln 56$.
2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-x+1}{x^2} \right)$ est égale à ...	$+\infty$.	0.	$-\infty$.	-1.
3	La dérivé sur $]0; +\infty[$ de la fonction $x \mapsto 1 + \ln x$ est la fonction ...	$1 + \ln x$	$\ln x$.	$1 + \frac{1}{x}$.	$\frac{1}{x}$.
4	A et B sont deux évènement de l'univers Ω d'une expérience aléatoire tels que : $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,4$ et $P(A \cap B) = 0,15$. $P(A \cup B)$ est égale à ...	0,75.	0,45.	0,6.	0,08.

EXERCICE 3 (4 points)

Une urne contient dix (10) boules indiscernables au toucher et numérotées de de 1 à 10. On tire au hasard et simultanément trois (3) boules de cette urne et on note le numéro obtenu sur chacune des boules tirées.

- Justifie que le nombre de tirages possibles est : 120.
- Calcule sous forme décimale à 10^{-3} près, la probabilité des évènements suivants :
 - E : « obtenir des boules portant un numéro pair » ;
 - F : « obtenir exactement une boule portant un numéro pair » ;
 - G : « obtenir au moins une boule portant un numéro impair ».

EXERCICE 4 (7 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 1 - x + e^x$.

On note (\mathcal{C}) la représentation graphique de dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1 cm.

1. Justifie que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.
2.
 - a. Vérifie que pour tout nombre réel x non nul, $f(x) = x \left(\frac{1}{x} - 1 + \frac{e^x}{x} \right)$;
 - b. Déduis-en que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
3.
 - a. Démontre que la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ est asymptote oblique à (\mathcal{C}) en $-\infty$.
 - b. Justifie que (\mathcal{C}) est au-dessus de (D) sur \mathbb{R} .
4. On admet que f est dérivable sur \mathbb{R} .
 - a. Justifie que pour tout nombre réel x , $f'(x) = -1 + e^x$;
 - b. Justifie que f est strictement décroissante sur $]-\infty; 0]$ et strictement croissante sur $[0; +\infty[$.
5. Dresse le tableau de variation de f .
6. Recopie puis complète le tableau suivant. On donnera les résultats arrondis à l'ordre 1.

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	4		2,4	2		6,4

7. Trace la droite (D) et la courbe (\mathcal{C}) sur l'intervalle $[-3; 2]$.

EXERCICE 5 (5 points)

Une coopérative de commerçants de vivriers a acheté un véhicule à 60 millions de francs cfa en 2021 pour le transport de leurs marchandises. Ce véhicule perd 15% de sa valeur chaque année et sa valeur V_n à la n - ième année après 2021 est modélisée par : $V_n = 60\,000\,000 \times (0,85)^n$.

Les membres de la coopérative ont pris la décision de remplacer lorsque sa valeur atteindra 15 millions de francs cfa. Pour ne pas être surpris, le responsable chargé de la logistique décide de déterminer l'année au cours de laquelle ce véhicule doit être remplacé. Eprouvant des difficultés à le faire, et il te sollicite.

A l'aide d'une production argumentée par tes connaissances mathématiques au programme, répond à la préoccupation du responsable chargé de la logistique.

Exercice	Corrigé	Barème														
		Points	Total													
Exercice 1	1 – vrai ; 2 – faux ; 3 – faux ; 4 – faux	0,5 × 4	2													
Exercice 2	1 – C ; 2 – B ; 3 – D ; 4 – B	0,5 × 4	2													
Exercice 3	1. Le nombre de choix possible est le nombre de combinaisons de 3 éléments d'un ensemble à 10 éléments. Donc le nombre de choix possibles est $C_{10}^3 = \frac{A_{10}^3}{3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = \frac{720}{6} = 120$. -----	1	4													
	2. 10 boules $\begin{cases} 5 \text{ boules portant chacune un numéro pair} \\ 5 \text{ boules portant chacune un numéro impair} \end{cases}$ a. Soit Ω l'univers des éventualités de l'expérience aléatoire. card $\Omega = 120$; card $E = C_5^3 = 10$; $P(E) = \frac{\text{card } E}{\text{card } \Omega} = \frac{10}{120} = 0,083$. -----	1														
	b. card $F = C_5^1 \times C_5^2 = 5 \times 10 = 50$; $P(E) = \frac{\text{card } F}{\text{card } \Omega} = \frac{50}{120} = 0,417$. ----- c. E et G sont deux événements contraires ; donc $P(G) = 1 - P(E) = 1 - 0,083 = 0,917$. -----	1														
Exercice 4	1. Justification correcte -----	0,5														
	2. a. Pour tout nombre réel x non nul, $x \left(\frac{1}{x} - 1 + \frac{e^x}{x} \right) = \frac{x}{x} - x + \frac{xe^x}{x} = \frac{x}{x} - x + \frac{xe^x}{x} = 1 - x + e^x = f(x)$. -----	0,5														
	b. Justification correcte. -----	0,5														
	3. a. Pour tout nombre réel x, $f(x) - (-x + 1) = e^x$ ----- $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$. Donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x + 1)] = 0$. On en déduit que la droite (D) : $y = -x + 1$ est asymptote oblique à (C) en $-\infty$. -----	0,5														
	b. Justification correcte -----	0,5														
	4. a. Justification correcte -----	0,75														
	b. $f'(0) = 0$; $\forall x \in]-\infty; 0[$, $f'(x) < 0$ et $\forall x \in]0; +\infty[$, $f'(x) > 0$. Donc f est strictement décroissante sur $]-\infty; 0[$ et strictement croissante sur $]0; +\infty[$. -----	1														
5. $f(0) = 2$. -----	0,5															
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'(x)</td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	f'(x)		-	0	+	f(x)	$+\infty$		2	$+\infty$	0,75
x	$-\infty$	0	$+\infty$													
f'(x)		-	0	+												
f(x)	$+\infty$		2	$+\infty$												
6.	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>4</td> <td>3,1</td> <td>2,4</td> <td>2</td> <td>2,7</td> <td>6,4</td> </tr> </table>	x	-3	-2	-1	0	1	2	f(x)	4	3,1	2,4	2	2,7	6,4	0,5
x	-3	-2	-1	0	1	2										
f(x)	4	3,1	2,4	2	2,7	6,4										
7. Voir Feuille annexe -----		0,5														

Exercice 5 (5 points)

Corrigé

Pour répondre à la préoccupation du chargé de mission, je vais utiliser mes connaissances sur la fonction \ln ;

Je vais :

- traduire le problème posé par une équation ;
- résoudre une équation faisant intervenir la fonction \ln ;
- répondre à la préoccupation du responsable chargé de la logistique.

Je traduis par problème posé par une équation

La valeur V_n du véhicule à la n – ième année après 2021 est modélisée par : $V_n = 60\,000\,000 \times (0,85)^n$.

Les membres de la coopérative ont pris la décision de remplacer le véhicule lorsque sa valeur atteindra 15 millions de francs cfa.

Ces deux informations me permettent de traduire le problème par l'équation $60\,000\,000 \times (0,85)^n = 15\,000\,000$.

Je résous une équation faisant intervenir la fonction \ln

Soit n un nombre réel,

$$\begin{aligned} 60\,000\,000 \times (0,85)^n = 15\,000\,000 & \text{ équivaut à } (0,85)^n = 0,25 \\ & \text{ équivaut à } n \ln(0,85) = \ln(0,25) \\ & \text{ équivaut à } n = \frac{\ln(0,25)}{\ln(0,85)} \end{aligned}$$

La solution dans \mathbb{R} , de l'équation $60\,000\,000 \times (0,85)^n = 15\,000\,000$ est $\frac{\ln(0,25)}{\ln(0,85)}$.

Je réponds à la préoccupation du responsable chargé de la logistique

$$60\,000\,000 \times (0,85)^n = 15\,000\,000 \text{ équivaut à } n = \frac{\ln(0,25)}{\ln(0,85)} \approx 8,53.$$

C'est donc dans la neuvième année que la valeur du véhicule atteindra 15 millions.

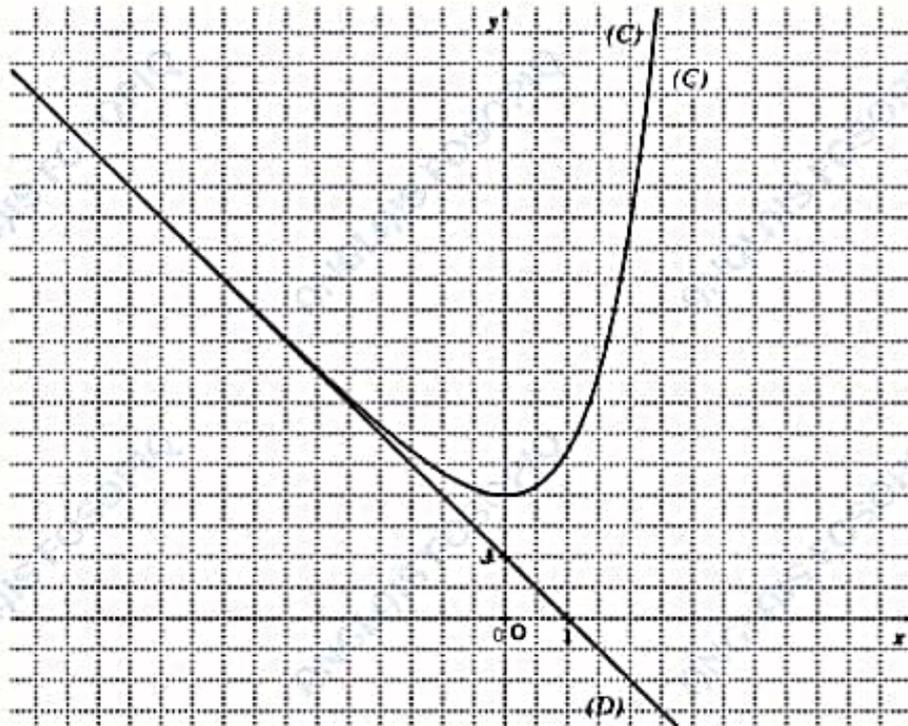
Ainsi, c'est au cours de l'année $2021 + 9 = 2030$, que la coopérative devra remplacer le véhicule.

Barème critérié

Critère	Indicateurs de performance	Brème de notation
CM1 : pertinence Identification du modèle correspondant au problème posé	<ul style="list-style-type: none"> - Annonce du titre de la leçon à exploiter ; - Présence de l'explication du travail à faire ; - Résolution d'une équation faisant intervenir la fonction \ln 	<p>0,75 points</p> <p>1 indic sur 3 → 0,5 pt 2 indic sur 3 → 0,75 pt</p>
CM2 : utilisation correcte des outils mathématiques en situation <ul style="list-style-type: none"> - Choix des outils appropriés - Application correcte des propriétés, des règles et des définitions 	<ul style="list-style-type: none"> - traduction du problème par l'équation $60\,000\,000 \times (0,85)^n = 15\,000\,000$; - Résolution de l'équation ; $n \in \mathbb{R}, 60\,000\,000 \times (0,85)^n = 15\,000\,000$ - Justification du choix de 9, l'année après 2021 pendant laquelle la valeur du véhicule sera de 15 000 000 F ; - Conclusion : détermination de l'année 2030, l'année au cours de laquelle la valeur du véhicule sera de 15 000 000 F. 	<p>2,5 points</p> <p>1 indic sur 4 → 0,75 pt 2 indic sur 4 → 2 pt 3 indic sur 4 → 2,5 pt</p>
CM3 : cohérence de la réponse <ul style="list-style-type: none"> - cohérence entre les étapes de la démarche ; - cohérence dans la démonstration 	<ul style="list-style-type: none"> - le résultat produit est conforme au résultat attendu ; - le résultat produit est en adéquation avec la démarche ; - la qualité des enchaînements de la démarche. 	<p>1,25 point</p> <p>1 indic sur 3 → 0,75 pt 2 indic sur 3 → 1,25 pt</p>
CP : critère de perfectionnement	<ul style="list-style-type: none"> - concision ; - originalité ; - présentation 	<p>0,5 point</p> <p>1 indic sur 3 → 0,25 pt 2 indic sur 3 → 0,5 pt</p>

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL - SESSION : AVRIL 2023 - SERIE

FEUILLE ANNEXE



MATHÉMATIQUES

SERIE D

*Cette épreuve comporte deux (2) pages numérotées 1/2 et 2/2.
 L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.*

EXERCICE 1 (2 points)

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de vrai si la proposition est vraie ou de faux si elle est fausse.

1. Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur un intervalle $]a; +\infty[$ (avec $a \in \mathbb{R}$), alors $f(]a; +\infty[) = [f(a); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[$.
2. S'il existe un nombre réel l , une fonction g et un intervalle $]a; +\infty[$ tels que : $\forall x \in]a; +\infty[, |f(x) - l| \leq g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$.
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 0,5^x = +\infty$.
4. Deux événements A et B de probabilités non nulles sont incompatibles lorsque $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque énoncé du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie. Écrit, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Énoncé	A	B	C	D								
1	$\lim_{x \rightarrow 0} (x - \frac{1}{\ln x})$ est égale à ...	$-\infty$	$+\infty$	1	0								
2	f est une bijection de \mathbb{R} sur \mathbb{R} telle que $f(-2) = 3$ et $f'(-2) = \frac{1}{4}$ et f^{-1} sa bijection réciproque. f^{-1} est dérivable en 3 et $(f^{-1})'(3)$ est égal ...	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{3}$	4								
3	Voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire X . <table border="1" style="margin: 5px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>$X = x_i$</td> <td>-10</td> <td>0</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>0,2</td> <td>0,3</td> <td>0,5</td> </tr> </table> L'espérance mathématique de cette variable aléatoire est...	$X = x_i$	-10	0	10	$P(X = x_i)$	0,2	0,3	0,5	3	-3	0	1
$X = x_i$	-10	0	10										
$P(X = x_i)$	0,2	0,3	0,5										
4	La forme exponentielle de $1 - i$ est ...	$\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	$e^{-i\frac{\pi}{4}}$	$\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$	$\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{2}}$								

EXERCICE 3 (2,5 points)

Soit la fonction f dérivable sur $] -\infty; 1[$ et définie par : $f(x) = \frac{4x^3 - 8x^2 + 4x + 2}{(x-1)^2}$.

1. Justifie que pour tout nombre réel x de $] -\infty; 1[$, $f(x) = 4x + \frac{2}{(x-1)^2}$.
2.
 - a. Détermine les primitives sur $] -\infty; 1[$ de f ;
 - b. En déduis la primitive F de f sur $] -\infty; 1[$ qui s'annule en 0

EXERCICE 4 (4 points)

- Justifie que $1 - 3i$ est une racine carrée de $-8 - 6i$.
- On considère le polynôme P tel que : $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = z^3 - (3 + i)z^2 + (4 + 4i)z - 4 - 4i$.
 - Justifie que $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = (z - 2)(z^2 - (1 + i)z + 2 + 2i)$;
 - Résous dans \mathbb{C} , l'équation $z^2 - (1 + i)z + 2 + 2i = 0$;
 - Déduis des questions précédente les solutions dans \mathbb{C} de l'équation $P(z) = 0$.
- Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , d'unité 2 cm.

On considère les points A, B, C et D, d'affixes respectives $z_A = 2$; $z_B = 2i$, $z_C = 1 - i$ et $z_D = -1 + i$.

 - Place les points A, B, C et D dans le plan complexe ;
 - Justifie que $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = -2i$;
 - Déduis-en que le triangle ABC est rectangle en A ;
 - Démontre que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

EXERCICE 5 (4,5 points)

On considère la fonction numérique f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x + 1)e^{1-x} - x + 1$

On note (\mathcal{C}) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , d'unité 1 cm.

- On admet que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.
Interprète graphiquement ces résultats.
- Calcule la limite de f en $+\infty$
 - Justifie que la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ est une asymptote à (\mathcal{C}) en $+\infty$.
- Soit g la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par $g(x) = xe^{1-x} + 1$.
On admet que :
 - Il existe un nombre réel α élément de l'intervalle $[-0,4; -0,2]$ tel que $g(\alpha) = 0$;
 - $\forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$
 - En admettant que f est dérivable sur \mathbb{R} , justifie que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -g(x)$
 - Etudie le sens de variation de f
 - Dresse le tableau de variation de f
- On admet que (\mathcal{C}) est au-dessus de (D) sur $[-1; +\infty[$ et au-dessous de (D) sur $]-\infty; -1]$.
Construis (D) et (\mathcal{C}) (tu prendras : $\alpha = -0,3$ et $f(\alpha) = 3,9$).

EXERCICE 6 (5 points)

Le conseil régional du Tchologo lance un projet de construction d'un barrage hydraulique dans une de ses localités. Un sondage effectué à ce sujet a donné les résultats suivants :

70% des habitants sont des personnes vieilles, et parmi celles-ci 20% sont favorables à la construction du barrage. Parmi les jeunes de la localité, 95% sont favorables à la construction du barrage.

Le chargé de mission du conseil régional décide d'interroger au hasard et successivement, de façon indépendante un certain nombre d'habitants de cette localité. On admet que la population de cette localité est assez nombreuse pour considérer que le choix des individus, pour interrogation se fait avec remise.

Il veut ainsi savoir le nombre minimal d'habitants à interroger, pour que la probabilité d'avoir au moins une personne favorable à la construction du barrage, dépasse 0,9999.

Ayant des difficultés à déterminer ce nombre, il te sollicite.

En te basant sur tes connaissances mathématiques au programme, réponds à sa préoccupation.

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL - SESSION : AVRIL 2023 - SERIE

D

Exercice	Corrigé	Barème	
		Points	Total
Exercice 1	1 - faux ; 2 - faux ; 3 - faux ; 4 - vrai	0,5 × 4	2
Exercice 2	1 - D ; 2 - D ; 3 - A ; 4 - C	0,5 × 4	2
Exercice 3	1. Justification correcte.-----	0,5	2,5
	2. a. Une primitive sur $] -\infty ; 1[$ de f est la fonction $x \mapsto 2x^2 - \frac{2}{x-1}$;-----	1	
	b. $\forall x \in] -\infty ; 1[$, $F(x) = 2x^2 - \frac{2}{x-1} + c$ où c est un nombre réel. F s'annule en 0 donc $F(0) = 0 \Leftrightarrow c = -2$.-----	0,5	
	Ainsi la primitive sur $] -\infty ; 1[$ de f qui s'annule à 0 est la fonction F définie sur $] -\infty ; 1[$ par : $F(x) = 2x^2 - \frac{2}{x-1} - 2$.-----	0,5	
Exercice 4	1. $(1 - 3i)^2 = 1 - 9 - 6i = -8 - 6i$. Donc $1 - 3i$ est une racine carrée de $-8 - 6i$.-----	0,5	4
	2. a. $\forall z \in \mathbb{C}$, $(z - 2)(z^2 - (1 + i)z + 2 + 2i) = z^3 - (1 + i)z^2 + (2 + 2i)z - 2z^2 + (1 + i)z - 4 - 4i = z^3 - (3 + i)z^2 + (4 + 4i)z - 4 - 4i = P(z)$.--	0,25	
	b. $\Delta = (1 + i)^2 - 4 \times 1 \times (2 + 2i) = -8 - 6i$.----- $1 - 3i$ est une racine carrée de Δ . Les solutions dans \mathbb{C} , de l'équation $z^2 - (1 + i)z + 2 + 2i = 0$ sont $\frac{(1+i)-(1-3i)}{2} = 2i$ et $\frac{(1+i)+(1-3i)}{2} = 1 - i$. L'ensemble des solutions dans \mathbb{C} , de l'équation $z^2 - (1 + i)z + 2 + 2i = 0$ est $\{2i ; 1 - i\}$.-----	0,25	
	c. Soit $z \in \mathbb{C}$, $P(z) = 0 \Leftrightarrow (z - 2)(z^2 - (1 + i)z + 2 + 2i)$ $\Leftrightarrow z - 2$ ou $z^2 - (1 + i)z + 2 + 2i$ $\Leftrightarrow z = 2$ ou $z = 2i$ ou $z = 1 - i$ L'ensemble des solutions dans \mathbb{C} , de l'équation $P(z) = 0$ est $\{2 ; 2i ; 1 - i\}$.-----	0,5	
	3. a. Voir figure 1 feuille annexe.-----	0,5	
	b. Justification correcte.-----	0,25	
	c. $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = -2i \in i\mathbb{R}^*$. Donc le triangle ABC est rectangle en A.-----	0,25	
	d. $\frac{z_B - z_D}{z_C - z_D} = \frac{2i - (-1 + i)}{(1 - i) - (-1 + i)} = \frac{1}{2}i$. $\frac{\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right)}{\left(\frac{z_B - z_D}{z_C - z_D}\right)} = \frac{-2i}{\frac{1}{2}i} = -4 \in \mathbb{R}^*$.-----	0,25	
	Donc les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle dont le centre est le milieu I du segment [BC] d'affixe $\frac{z_B + z_C}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ -----	0,25	
	et le rayon est $r = IA = z_A - z_I = \frac{\sqrt{10}}{2}$.-----	0,25	

Exercice	Corrigé	Barème												
		Points	Total											
Exercice 5	1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Donc (\mathcal{C}) admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction celle de l'axe (OI) .	0,5	4,5											
	2. a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.	0,5												
	b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 1)] = 0$. Donc la droite $(D): y = -x + 1$ est une asymptote à (\mathcal{C}) en $+\infty$.	0,5												
	3. a. Justification correcte.	0,75												
	b. $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -g(x)$. Or $g(\alpha) = 0; \forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$. Donc $f'(\alpha) = 0; \forall x \in]-\infty; \alpha[, f'(x) > 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[, f'(x) < 0$. f est strictement croissante $]-\infty; \alpha]$ et strictement décroissante sur $[\alpha; +\infty[$.	0,5												
c. Tableau de variation de f	0,5													
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">α</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$f(\alpha)$</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;"> $-\infty \swarrow \quad \searrow -\infty$ </p>	x	0	α	$+\infty$	$f'(x)$		+	-	$f(x)$		$f(\alpha)$		0,75
x	0	α	$+\infty$											
$f'(x)$		+	-											
$f(x)$		$f(\alpha)$												
4. voir figure 2 feuille annexe.		0,75												

Exercice 6 (5 points)

Corrigé

Pour répondre à la préoccupation du chargé de mission, je vais utiliser mes connaissances sur la probabilité conditionnelle et variable aléatoire ;

Je vais :

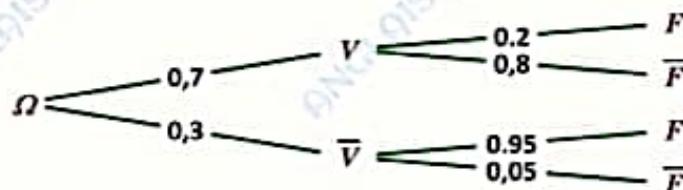
- pour un choix d'un individu, calculer la probabilité d'avoir un habitant favorable à la construction du barrage ;
- pour un choix de n ($n \geq 1$) individus, calculer la probabilité P_n , d'avoir au moins un habitant favorable à la construction du barrage ;
- déterminer les valeurs de n pour $P_n > 0,9999$ puis conclure.

Je calcule pour un choix, la probabilité d'avoir un habitant favorable à la construction du barrage

- Arbre pondéré traduisant la situation :

On considère les événements suivants :

V : « l'individu choisi est un vieillard » et F : « l'individu choisi est favorable à la construction du barrage ».



BACCALAUREAT BLANC REGIONAL – SESSION : AVRIL 2023 – SERIE

• $P(F) = P(V \cap F) + P(\bar{V} \cap F) = (0,7 \times 0,2) + (0,3 \times 0,95) = 0,425.$

Je calcule pour un choix de n ($n \geq 1$) individus, la probabilité P_n , d'avoir au moins un habitant favorable à la construction du barrage ;

Interroger n individus au hasard et successivement, de façon indépendante et voir si chacun d'eux est favorable à la construction du barrage ou non est un schéma de Bernoulli de paramètres n et $p = P(F) = 0,425.$

Ainsi, la probabilité P_n , d'avoir au moins un habitant favorable à la construction du barrage est

$P_n = 1 - C_n^0 \times p^0 \times (1 - p)^n = 1 - 0,575^n.$

Je détermine déterminer les valeurs de n pour $P_n > 0,9999$

$$\begin{aligned} P_n > 0,9999 &\Leftrightarrow 1 - 0,575^n > 0,9999 \\ &\Leftrightarrow 0,575^n < 0,0001 \\ &\Leftrightarrow n \ln(0,575) < \ln(0,0001) \\ &\Leftrightarrow n > \frac{\ln(0,0001)}{\ln(0,575)} \end{aligned}$$

Les valeurs de n pour lesquelles $P_n > 0,9999$ sont les entiers naturels $n > \frac{\ln 0,0001}{0,575}.$

On a $n > \frac{\ln 0,0001}{\ln(0,575)}$ et $\frac{\ln(0,0001)}{\ln(0,575)} \approx 16,64.$

Il faut interroger au minimum 17 habitants pour que la probabilité d'avoir au moins une personne favorable à la construction du barrage, dépasse 0,9999.

Barème critérié

Critère	Indicateurs de performance	Brème de notation
CM1 : pertinence Identification du model correspondant au problème posé	<ul style="list-style-type: none"> - Annonce du titre de la leçon à exploiter ; - Présence de l'explication du travail à faire ; - Calcul de probabilité. 	<p>0,75 points</p> <p>1 indic sur 3 → 0,5 pt 2 indic sur 3 → 0,75 pt</p>
CM2 : utilisation correcte des outils mathématiques en situation <ul style="list-style-type: none"> - Choix des outils appropriés - Application correcte des propriétés, des règles et des définitions 	<ul style="list-style-type: none"> - Arbre pondéré ; - Calcul de $P(V \cap F)$; - Calcul de $P(\bar{V} \cap F)$; - Calcul de $P(F)$; - Calcul de P_n ; - Résolution de l'inéquation $P_n > 0,9999$; - Conclusion. 	<p>2,5 points</p> <p>1 indic sur 7 → 0,5 pt 2 indic sur 7 → 1 pt 3 indic sur 7 → 1,5 pt 4 indic sur 7 → 2 pt 5 indic sur 7 → 2,5 pt</p>
CM3 : cohérence de la réponse <ul style="list-style-type: none"> - cohérence entre les étapes de la démarche ; - cohérence dans la démonstration 	<ul style="list-style-type: none"> - le résultat produit est conforme au résultat attendu ; - le résultat produit est en adéquation avec la démarche ; - la qualité des enchainements de la démarche. 	<p>1,25 point</p> <p>1 indic sur 3 → 0,75 pt 2 indic sur 3 → 1,25 pt</p>
CP : critère de perfectionnement	<ul style="list-style-type: none"> - concision ; - originalité ; - présentation 	<p>0,5 point</p> <p>1 indic sur 3 → 0,25 pt 2 indic sur 3 → 0,5 pt</p>