**BACCALAUREAT BLANC** **SERIE : D**

**SESSION : AVRIL 2023** **COEFFICIENT : 4**

**DUREE : 4 H**

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES

## EXERCICE 1

Complète le texte ci-dessous en faisant en recopiant sur ta copie chaque **numéro** suivi du **mot** de la liste suivante qui convient ***primitive*** ; ***décimal*** ; ***dérivée*** ; ***népérien*** ; ***bijection***

La fonction logarithme……**1**…………est la réciproque de la fonction exponentielle de base 10. Elle est une ……**2**……. de $]0;+\infty[$ sur $\mathbb{R}$, tout comme la fonction logarithme……**3**………, qui elle est la ……**4**…de la fonction inverse sur $]0;+\infty[$

## EXERCICE 2

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie. Ecris, sur ta feuille de copie **le numéro** de l'énoncé suivi de **la lettre** de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

| N° | ÉNONCES | A | B | C |
|---|---|---|---|---|
| **1** | La forme exponentielle du nombre complexe $-1+i$ est ... | $2e^{i\frac{\pi}{4}}$ | $\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ | $\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$ |
| **2** | Une primitive sur IR de la fonction $x \longmapsto e^{-2x+5}$ est… | $x \longmapsto -2e^{-2x+5}$ | $x \longmapsto \frac{1}{2}e^{-2x+5}$ | $x \longmapsto -\frac{1}{2}e^{-2x+5}$ |
| **3** | Soit Z un nombre complexe tel que : $z=(1+i)^2-i(1-2i)$. La parte réelle et la partie imaginaire de z est… | $Re(z) = -2$ <br> $et$ <br> $Im(z) = 1$ | $Re(z) = 2$ <br> $et$ <br> $Im(z) = -1$ | $Re(z) = 1$ <br> $et$ <br> $Im(z) = -2$ |
| **4** | L'ensemble des points M d'affixe z tels que : <br> $\forall z \in \mathbb{C}, \lvert z-i \rvert = 3$ est : | La médiatrice du segment de longueur 3 | Le cercle de centre d'affixe i et de rayon 3 | Une demi-droite d'origine le point d'affixe i. |

## EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). Unité graphique : 1cm.

On considère les points A, B, C, D et E d'affixes respectives : $Z_A = 2 + i$ ; $Z_B = 3$ ; $Z_C = -3i$ ; $Z_D = -2 - 5i$ et $Z_E = \frac{1}{2} + i$.

Soit $S$ l'application du plan dans le plan qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe $z'$ définie par : $z' = -2iz - 2 + i$ et (Γ) l'ensemble des points M d'affixe $z$ tels que $|-2iz - 2 + i| = 6$.

1) a) Place les points A, B, C, D et E dans le plan.
   b) Détermine $S(A)$ et $S(B)$.
2) Détermine la nature et les éléments caractéristiques de $S$.
3) a) Détermine et construis (Γ).
   b) Détermine et construis (Γ′) l'image de (Γ) par $S$.
4) a) Démontre que $\forall z \neq i$ ; $\frac{z'-i}{z-i} = -2i$.
   b) En déduis la nature du triangle JMM′.

## EXERCICE 4

On considère la fonction $f$ définie par : $\begin{cases} f(x) = x(\ln x)^2 \text{ si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$. On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique : 4 cm.

1. a) Etudie la continuité de $f$ en 0 (on pourra poser $t = x^{\frac{1}{2}}$).
   b) Etudie la dérivabilité de $f$ en 0. Interprète graphiquement le résultat obtenu.
   c) Justifie que $(\mathcal{C})$ admet une branche parabolique de direction (OJ).
2. a) Démontre que : $\forall x \in ]0; +\infty[$ : $f'(x) = (2 + \ln x) \ln x$.
   b) Etudie le sens de variation de $f$, puis dresse le tableau de variation de $f$.
3. Démontre que la courbe représentative $(\mathcal{C})$ de $f$ admet un point d'inflexion au point A $\left(\frac{1}{e}; \frac{1}{e}\right)$, puis détermine une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point A.
4. Construis la courbe $(\mathcal{C})$ et la droite (T) dans le même repère.

## EXERCICE 5

Un sachet de lait en poudre de « Bagoué Laiterie » pèse 25 grammes (g) dans les conditions normales de fabrication. Une étude a montré que la masse des sachets vendus sur le marché est un entier compris entre 22 g et 28 g. Soit $X$ la variable aléatoire ayant pour valeurs les masses possibles des sachets de lait de « Bagoué Laiterie « en grammes.

La loi de probabilité de $X$ est définie par le tableau ci-dessous :

| $x_i$ | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(X = x_i)$ | 0,08 | $a$ | 0,15 | 0,32 | $b$ | 0,15 | 0,04 |

1) Calcule les valeurs des nombres réels $a$ et $b$ sachant que l'espérance mathématique de $X$ est égale à 24,99.
2) Justifie que la probabilité d'acheter un sachet de lait de masse supérieure ou égale 26 g est de 0,35.
3) Un client achète successivement et de manière indépendante 10 sachets de lait.
   a) Quelle est la probabilité d'avoir exactement 4 sachets de 25 g ?
   b) Quelle est la probabilité d'avoir au moins un sachet de 25 g ?
4) Un autre client achète successivement et de manière indépendante $\boldsymbol{n}$ sachets de lait : ($n \in \mathbb{N}^*$).

Justifie que la probabilité $P_n$ d'avoir au moins un sachet de 25 grammes est égale à $1 - (0{,}68)^n$.

## EXERCICE 6

Lors d'une conférence organisée dans votre établissement sur les effets de la consommation d'alcool sur l'organisme chez les jeunes, le conférencier a donné, entre autres, les informations suivantes :

- Les recherches scientifiques démontrent clairement que l'alcool altère la capacité de conduire un véhicule en toute sécurité et, par conséquent, augmente les risques d'accident.
- la concentration C d'alcool dans le sang (taux d'alcoolémie) pour un individu de corpulence moyenne, en fonction du temps t après une ingestion d'une boisson alcoolisée peut être modélisée par la fonction C définie sur $[0; +\infty[$ par : $\mathrm{C(t) = 2te^{-t}}$; où $\mathrm{C(t)}$ est exprimée en gramme par litre (g/L), $\mathrm{C'(t)}$ la dérivée de $\mathrm{C(t)}$ est la vitesse d'apparition d'alcool dans le sang et t est en heure.
- Selon la législation ,le taux de concentration maximale d'alcool dans le sang pour un jeune conducteur est de 0,2 g / L.

De retour à la maison, vous trouvez votre frère aîné âgé de 20 ans, de corpulence moyenne, conducteur d'un véhicule de transport commun buvant deux verres d'une boisson alcoolisée.

Cependant, il vous informe qu'il doit prendre la route dans une heure(01h).

Inquiet, vous chercher à vérifier si votre frère est autorisé à conduire juste après une heure après qu'il ait consommé de l'alcool.

A l'aide de tes connaissances Mathématiques vraie si le frère ainé sera autorisé à conduire dans une heure(01h).