



MATHÉMATIQUES

SÉRIE : A2

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1 / 2 et 2 / 2. Une feuille de papier millimétré sera demandée à chaque candidat. L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2points)

Dans cet exercice aucune justification n'est demandée. Ecris sur ta copie le numéro de l'affirmation suivi de VRAI lorsque l'affirmation est vraie ou de FAUX lorsque l'affirmation est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1	Si B et \bar{B} sont deux événements contraires d'un univers Ω et P une probabilité définie sur Ω , alors $P(\bar{B}) = -P(B) + 1$.
2	Soit f une fonction et (Cf) sa courbe représentative dans le plan muni du repère (O, I, J) . La tangente (T) à (Cf) au point d'abscisse e est donnée par $(T): y = f(e)(x - e) + e$.
3	La dérivée de la fonction $x \mapsto ax - e^x$, où $a \neq 0$ est la fonction $x \mapsto a - xe^x$.
4	Lorsque la dérivée d'une fonction f s'annule en a_0 et changent de signe, alors la fonction f admet un extremum relatif en a_0 .

EXERCICE 2 (2points)

Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est correcte. Ecris sur ta copie le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse choisie

N°	AFFIRMATIONS	REPNSES		
		A	B	C
1	L'équation $(E): x^2 - 5x - 6 = 0$ admet	une solution dans \mathbb{R}	aucune solution dans \mathbb{R}	deux solutions dans \mathbb{R}
2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(1 - \frac{\ln x}{x})$ est égale	$+\infty$	$-\infty$	0
3	L'ensemble des solutions de l'équation $\ln(x - 1) + \ln(x - 3) = \ln(3)$ dans \mathbb{R} est	$[0; 4]$	$[\frac{7}{2}]$	$[4]$
4	Le nombre $e^{10}(e^{-2})^5$	e^{-100}	1	e^{13}

EXERCICE 3 (4points)

La commission de discipline d'un lycée du PORO a convoqué 14 élèves témoins de perturbations de cours pour congés anticipés dans l'établissement. La commission a été renseigné sur le fait que 5 de ces témoins ont été complices des faits mais elle ignore leurs identités.

Dans le but d'identifier les complices, la commission a auditionné un groupe de trois (03) élèves pris au hasard parmi les 14.

- Démontre qu'il y a 364 façons de composer ce groupe de 3 élèves.
- On note A l'évènement : « Aucun élève du groupe choisi n'est complice » et B l'évènement : « Tous les élèves du groupe choisi sont complices ».

a) Montre que $P(A) = \frac{3}{13}$

b) Justifie que $P(B) = \frac{5}{102}$

3- Calcule la probabilité de l'évènement C: « avoir au moins un élève complice ».

(On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible)

EXERCICE 4 (7points)

On considère la fonction f définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1-x}{2} + \ln x$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère (O, I, J) d'unités : $OI = 2 \text{ cm}, OJ = 5 \text{ cm}$.

- Justifie que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ puis interprète graphiquement le résultat obtenu.
- a) Vérifie que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f(x) = x\left(\frac{-1}{2} + \frac{1}{2x} + \frac{\ln x}{x}\right)$.
b) Déduis la limite de f en $+\infty$.
- Démontre que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{2-x}{2x}$
- a) Justifie que f est strictement croissante sur $]0; 2[$ et strictement décroissante sur $]2; +\infty[$
b) Dresse le tableau de variation de f .
- Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]3.5; 4[$.
- Montre qu'une équation de la tangente à la courbe (C) au point d'abscisse 1 est : $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.
- Construis la courbe (C) et (T) dans un même repère. (on pourra s'aider de la table des valeurs sur $]0; 6[$ ci-dessous pour construire la courbe)

x	0.25	0.5	1	2	3	4	5	6
$f(x) =$	-1	-0.4	0	0.2	0,1	-0.1	-0.4	-0.7

EXERCICE 5 (5points)

A l'occasion de la 34^e édition de la Coupe d'Afrique des Nations (CAN) côte d'Ivoire 2023, un jeune étudiant s'est spécialisé dans l'achat et la vente de tee-shirts aux couleurs des équipes qualifiées. Il peut recevoir de son fournisseur entre 100 et 300 tee-shirts par jour. On suppose que cette quantité est vendue dans sa totalité.

Le bénéfice journalier, exprimé en milliers de francs réalisé par la vente de x centaines de tee-shirts est modélisé sur l'intervalle $[1; 3]$ par la fonction B définie par $B(x) = -10x^2 + 30x$.

Ce jeune voulant accroître le bénéfice de son activité te sollicite afin de connaître le nombre de tee-shirts à vendre par jour pour que son activité lui procure un bénéfice maximal.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances en mathématiques, réponds à la préoccupation du jeune.