BACCALAURÉAT BLANC
SESSION 2023

Durée : 4H
Coefficient : 5

MATHÉMATIQUES

SÉRIE C

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1 sur 3, 2 sur 3 et 3 sur 3.
Chaque candidat utilisera (2) deux feuilles de papier millimétré
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

EXERCICE 1

(2 points)

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de chaque proposition du tableau ci-dessous suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

N°	**Propositions**
1.	Soit (P) un plan de repère $(A, \vec{u}; \vec{w})$. Si $\vec{n}$ est un vecteur tel que $\vec{n}.\vec{w} = \vec{n}.\vec{u} = 0$ alors $\vec{n}$ est un vecteur normal à (P).
2.	Soit f une fonction continue sur un intervalle K, a et b deux éléments de K. Tout nombre réel compris entre $f(a)$ et $f(b)$ a au moins un antécédent par f compris entre a et b.
3.	Soit a et b deux entiers relatifs non nuls. On dit que a et b sont premiers entre eux si leur PPCM est égal à 1.
4.	Soit a un nombre réel strictement positif. On appelle fonction exponentielle de base a la fonction :$x \mapsto x^a$.

EXERCICE 2

(2 Points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des lignes **A, B, C et D** permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est juste. Écris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la ligne qui donne l'affirmation vraie.

N°	**Énoncés**	**Informations**	
1.	La fonction $x \longmapsto \cos(5x)$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction …	**A**	$x \longmapsto 5\sin(5x)$
		B	$x \longmapsto -5\sin(5x)$
		C	$x \longmapsto \frac{1}{5}\sin(5x)$
		D	$x \longmapsto -\frac{1}{5}\sin(5x)$
2.	L'écriture du nombre $\overline{12101}^3$ en base 10 est…	**A**	155
		B	145
		C	154
		D	450

3.	L'espace est muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soit le plan (P) d'équation : $2x + y - 5z - 3 = 0$ et le point $A(-4 ; -5 ; 3)$. La distance du point A au plan (P) est …	**A**	$\frac{\sqrt{30}}{31}$
		B	$\frac{1}{2}$
		C	$\frac{31\sqrt{30}}{30}$
		D	$\sqrt{31}$
4	$\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^x = \ldots$	**A**	$+\infty$
		B	$\frac{2}{5}$
		C	0
		D	$-\infty$

EXERCICE 3

(2 Points)

Soit ABC un triangle équilatéral tel que $AB = 1$. On désigne par I le milieu du segment [BC].

1) Ecris le milieu G du segment [AI] comme barycentre des points A, B et C.

2) Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que : $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 2$.

- **a)** Vérifie que A appartient à (Γ).
- **b)** Détermine (Γ).

EXERCICE 4

(4 Points)

1) Soit u un nombre complexe non nul.

On considère dans ℂ l'équation (E_u) : $z^2 - (2u - i\overline{u})z - 2iu\overline{u} = 0$.

- **a)** Justifie que le discriminant Δ de (E_u) est égal à $(2u + i\overline{u})^2$.
- **b)** Résous dans ℂ l'équation (E_u).

2) Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(O ; \vec{e_1} ; \vec{e_2})$. L'unité graphique est 2cm.

On désigne par Ω le point d'affixe $z_\Omega = 2i$. À tout point M du plan d'affixe z $(z \neq i)$, on associe les points N et P d'affixes respectives $z_N = 2z$ et $z_P = -i\bar{z}$. Soit (H) l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que les points Ω, N et P soient alignés.

On admet que les points Ω, N et P sont alignés si et seulement si $\frac{z_P - z_\Omega}{z_N - z_\Omega} \in \mathbb{R}^*$;

- **a)** On pose $z = x + iy$ avec $(x ; y) \neq (0 ; 1)$. Détermine la forme algébrique de $\frac{z_P - z_\Omega}{z_N - z_\Omega}$.
- **b)** Démontre qu'une équation cartésienne de (H) est : $x^2 + 2x - y^2 + y = 0$.
- **c)** Démontre que l'équation réduite de (H) est : $\frac{(x+1)^2}{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2} - \frac{(y - \frac{1}{2})^2}{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2}$.
- **d)** Justifie que (H) est une hyperbole.
- **e)** Précise la demi- distance focale, l'excentricité e, un sommet et un foyer de l'hyperbole (H).
- **f)** Représente graphiquement (H).

EXERCICE 5 (5 Points)

L'unité est le centimètre.
On considère la fonction f définie sur $[\,0\,;+\infty\,[$ par : $f(x) = \ln(\,1 + xe^{-x}\,)$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthogonal $(\,O\,,I\,,J\,)$, tel que OI = 1 et OJ = 5

1)

a) Justifie que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$.

b) Interprète graphiquement le résultat de la question précédente.

2) On suppose que f est dérivable sur $[\,0\,;+\infty\,[$.

a) Justifie que la fonction f est strictement croissante sur $[\,0\,;1\,[$ et strictement décroissante sur $]\,1\,;+\infty\,[$.

b) Vérifie que $f(1) = \ln(e+1) - 1$.

c) Dresse le tableau de variation de f sur $[\,0\,;+\infty[$.

3)

a) Justifie que la courbe (C) est au-dessus de la droite (OI).

b) Représente graphiquement la courbe (C).

4) Soit g la fonction définie sur $[\,0\,;+\infty\,[$ par : $g(x) = \frac{(1-x)e^{-x}}{xe^{-x}+1}$.

a) Justifie que la fonction $G\colon x \mapsto f(x) + c\ (c \in \mathbb{R})$ est une primitive de la fonction g sur $[\,0\,;+\infty\,[$.

b) Détermine la primitive F de la fonction g sur $[\,0\,;+\infty\,[$ qui prend la valeur 5 en 0.

EXERCICE 6 (5 Points)

Dans le cadre de l'organisation de la coupe d'Afrique des Nations de Football, un opérateur économique a fait construire un nouveau complexe hôtelier de 85 chambres à San-Pedro. Le frère d'un élève de 1$^{\text{ère}}$ D de ton établissement, qui est fleuriste à San-Pedro reçoit une commande du propriétaire de ce complexe.

Le fleuriste dispose de 924 roses et 1092 tulipes. Il doit confectionner des bouquets en respectant les consignes suivantes :

- le nombre de bouquets confectionnés doit être le plus grand possible ;
- chaque bouquet doit comporter le même nombre de roses et le même nombre de tulipes ;
- toutes les fleurs disponibles doivent être utilisées dans la confection des bouquets.

En plus de cette première commande, le promoteur du complexe demande au fleuriste de lui proposer un plan de décoration d'un objet de forme hexagonale à placer à la réception.

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (O, I, J), les sommets de cet objet sont les points M dont les affixes sont solutions de l'équation, $z \in \mathbb{C} : z^6 - 4\sqrt{2}(1+i) = 0$.

Le fleuriste s'interroge :

- sur le nombre de bouquets qu'il pourra ainsi confectionner ;
- sur le nombre de roses et le nombre de tulipes qu'il faudra dans chaque bouquet ;
- sur les positions des sommets de l'hexagone.

À la recherche de personnes ressources pour faire ces types de calculs, son frère te sollicite.
En utilisant tes connaissances mathématiques au programme, aide-le.

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL SESSION : FEVRIER-MARS 2023

DISCIPLINE : Mathématiques SERIE C Coefficient 5 Durée 4h.

CORRIGE	BAREME
$\boxed{\text{Exercice ①}}$ 2points	
1- V ; 2- V , 3- F ; 4- F. 0,5x4	2pts
$\boxed{\text{Exercice ②}}$ 2points	
1- B ; 2- B ; 3- C ; 4- A. 0,5x4	2pts
$\boxed{\text{Exercice ③}}$ 2points	
1) $I = \text{bar}\{(B,1);(C,1)\}$	0,25pt
G milieu de [AI] alors $G = \text{bar}\{(A,2);(I,2)\}$	0,25pt
donc $G = \text{bar}\{(A,2);(B,1);(C,1)\}$	0,25pt
2) $M \in (\Gamma) \Leftrightarrow 2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 2$	
a) pour $M = A$ on a $AB^2 + AC^2 = 1 + 1 = 2$ donc $A \in (\Gamma)$.	0,5pt
b) Comme $2+1+1 \neq 0$, et $A \neq G$ alors (Γ) est le cercle de centre G et de rayon AG.	0,25x3.
$\boxed{\text{Exercice ④}}$ 4points	
soit l'équation (E_u): $z^2 - (2u - i\bar{u})z - 2iu\bar{u} = 0$	
1) a) $\Delta = (2u - i\bar{u})^2 + 8iu\bar{u} = (2u)^2 - 4iu\bar{u} - \bar{u}^2 + 8iu\bar{u}$ $\Delta = (2u)^2 + 4iu\bar{u} + (i\bar{u})^2 = (2u + i\bar{u})^2$	0,25pt
b) les solutions sont: $z_1 = \frac{2u - i\bar{u} - 2u - i\bar{u}}{2}$; $z_2 = \frac{2u - i\bar{u} + 2u + i\bar{u}}{2}$ $z_1 = -i\bar{u}$ $z_2 = 2u$.	0,75pt.
2)a) $\frac{z_P - z_\Omega}{z_N - z_\Omega} = \frac{-iz - 2i}{2z - 2i} = \frac{-(y + ix) - 2i}{2x + 2iy - 2i}$ $= \frac{-y - i(x+2)}{2x + i(2y-2)}$ $= \frac{[-y - i(x+2)][2x - i(2y-2)]}{4x^2 + (2y-2)^2}$ $\frac{z_P - z_\Omega}{z_N - z_\Omega} = \frac{-2x - (x+2)(2y-2)}{4x^2 + (2y-2)^2} + \frac{4(2y-2) - 2x(x+2)}{4x^2 + (2y-2)^2}i$	0,5pt

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL SESSION : FEVRIER-MARS 2023

DISCIPLINE : MATHS SERIE C Coefficient 5 Durée 4h

CORRIGE	BAREME
b) $\frac{z_P - z_\Omega}{z_M - z_\Omega} \in \mathbb{R}^* \Leftrightarrow y(2y-2) - 2x(x+2) = 0$ $\Leftrightarrow 2y^2 - 2y - 2x^2 - 4x = 0$ $\Leftrightarrow -2(-y^2 + y + x^2 + 2x) = 0$ $\Leftrightarrow -y^2 + y + x^2 + 2x = 0$ on obtient ainsi l'équation cartésienne de (H).	0,25 pt
c) on a: $x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$ et $y^2 - y = (y - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$. $x^2 + 2x - (y^2 - y) = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 - (y - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} - 1 = 0$ $\Leftrightarrow (x+1)^2 - (y - \frac{1}{2})^2 - \frac{3}{4} = 0$ l'équation reduite de (H) : $\Leftrightarrow \frac{(x+1)^2}{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2} - \frac{(y - \frac{1}{2})^2}{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2} = 1$	0,5 pt
d) Posons $X = x + 1$ et $Y = y - \frac{1}{2}$. avec $I(-1; \frac{1}{2})$ dans $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$ dans le repère $(I, \vec{e_1}, \vec{e_2})$ l'équation de (H) est $\frac{X^2}{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2} - \frac{Y^2}{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2} = 1$ donc (H) est une hyperbole	0,25 pt
e) $c = \sqrt{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2}$ $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$ $F(\frac{\sqrt{6}-2}{2}, \frac{1}{2})$ foyer $c = \frac{\sqrt{6}}{2}$. $e = \sqrt{2}$ $A(\frac{\sqrt{3}-2}{2}, \frac{1}{2})$ sommet.	0,25×4
f) voir annexe.	0,5 pt
$\boxed{\text{Exercice ⑤}}$ 5 points	
1)a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (1 + \frac{x}{e^x})$ $= 0$ car $\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} (1 + \frac{x}{e^x}) = 1 \\ \text{et } \lim\limits_{x \to 1} \ln(x) = 0 \end{cases}$ 0,25×2	0,5 pt
b) la droite (OI) est une asymptote horizontale à (C) en $+\infty$.	0,5 pt
2) a) $\forall x \in [0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{(1 + xe^{-x})'}{(1 + xe^{-x})} = \frac{e^{-x} - xe^{-x}}{1 + xe^{-x}}$ $f'(x) = \frac{1 - x}{e^x(1 + xe^{-x})}$ $\forall x \in [0; +\infty[$, $e^x(1 + xe^{-x}) > 0$ donc le signe de $f'(x)$ est celui de $1 - x$.	0,5 pt

CORRIGE | BAREME

$\forall x \in [0;1[$, $f'(x) > 0$, donc f est strictement croissante sur $[0;1[$
$\forall x \in]1;+\infty[$, $f'(x) < 0$, donc f est strictement décroissante sur $]1;+\infty[$ — 0,5 pt

b) $f(1) = \ln\left(1+\frac{1}{e}\right) = \ln\left(\frac{e+1}{e}\right) = \ln(e+1) - 1$ — 0,5 pt

c) — 0,5 pt

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\ln(e+1)-1$	$\searrow$	0

3)a) f est continue et strictement croissante sur $[0;1[$ et en plus $f([0;1[) = [0; \ln(e+1)-1[$, donc $\forall x \in [0;1[$, $f(x) \geq 0$.
f est continue et strictement décroissante sur $]1;+\infty[$ et en plus $f(]1;+\infty[) =]0; \ln(e+1)-1[$ donc $\forall x \in]1;+\infty[$, $f(x) > 0$
Conclusion $\forall x \in [0;+\infty[$, $f(x) \geq 0$, donc (C) est au dessus de (OI) — 0,5 pt

b) construction de (C) (voir annexe). — 0,5 pt

4)a) G est dérivable sur $[0;+\infty[$ et on a :
$\forall x \in [0;+\infty[$, $G'(x) = f'(x)$ or $f'(x) = \dfrac{1-x}{e^{x}(1+xe^{-x})} = \dfrac{(1-x)e^{-x}}{1+xe^{-x}} = g(x)$
Comme $G'(x) = g(x)$ alors G est une primitive de g sur $[0;+\infty[$. — 0,5 pt

b) $G(0) = 5 \Leftrightarrow f(0) + c = 5$
$\Leftrightarrow c = 5$ d'où $F(x) = \ln(1+xe^{-x}) + 5$. — 0,5 pt

Exercice ⑥ 5 points.

- Trouvons le PGCD de 924 et de 1092.

on a : $924 = 2^2 \times 3 \times 7 \times 11$ et $1092 = 2^2 \times 3 \times 7 \times 13$.
$PGCD(924;1092) = 84$.
Ainsi $924 = 11 \times 84$ et $1092 = 13 \times 84$. cela indique que dans un bouquet il y aura 11 roses et 13 Tulipes
le nombre total de bouquets est 84.

- Résolvons l'équation $z \in \mathbb{C}$; $z^6 - 4\sqrt{2}(1+i) = 0$

l'équation est équivalente à : $z^6 = 4\sqrt{2}(1+i)$

posons $z = re^{i\theta}$ avec $r > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$.
$|4\sqrt{2}(1+i)| = 4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$.

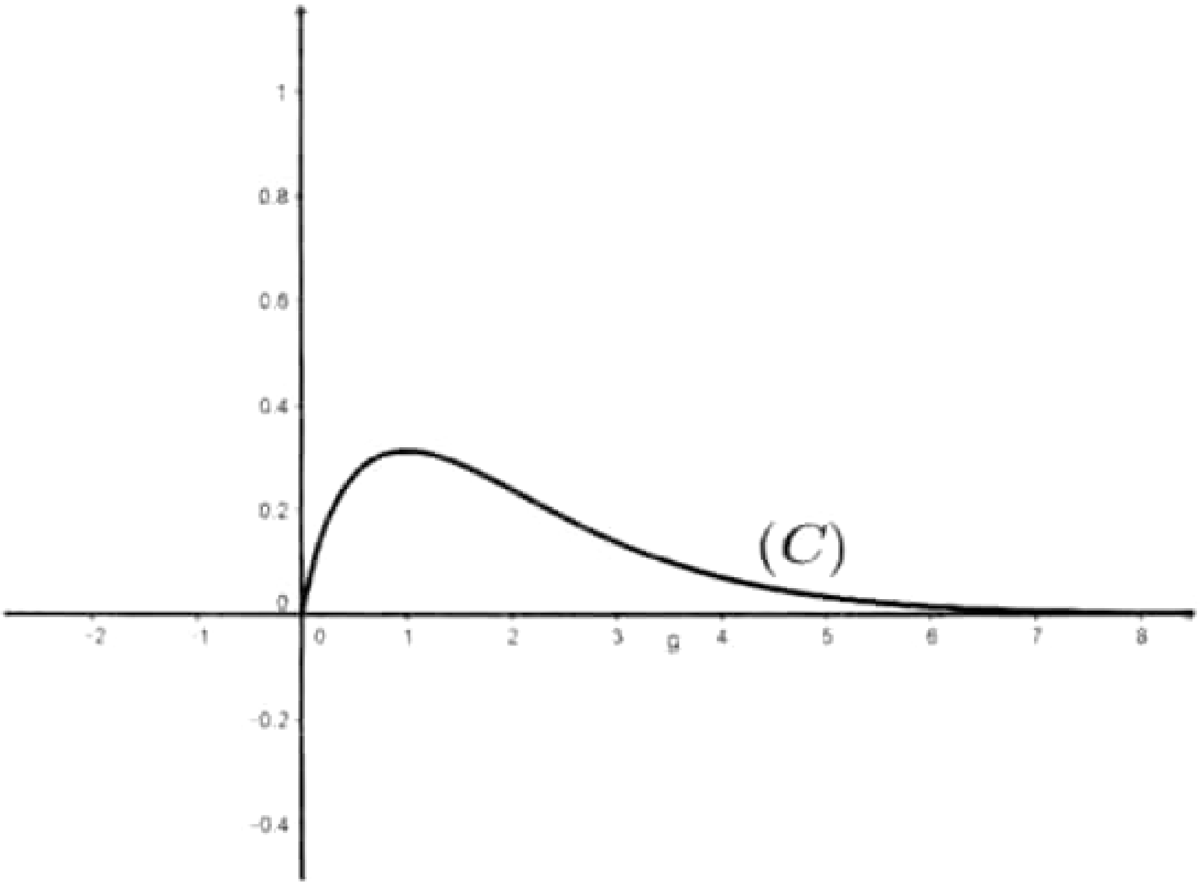
CORRIGE	BAREME
soit α un argument de $4\sqrt{2}(1+i)$ tel que $\begin{cases} \cos\alpha = \frac{4\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\alpha = \frac{4\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \end{cases}$	
$\alpha = \frac{\pi}{4} + 2k\pi.$	
$z^6 = 4\sqrt{2}(1+i) \Leftrightarrow r^6 e^{i6\theta} = 8e^{i\frac{\pi}{4}}. \Leftrightarrow \begin{cases} r^6 = 8 \\ 6\theta = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, \end{cases} k \in \mathbb{Z}.$	
$\Leftrightarrow \begin{cases} r = \sqrt[6]{8} = \sqrt{2} \\ \theta = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{3}. \end{cases}$	
les racines 6ème de $4\sqrt{2}(1+i)$ sont les nombres complexes z_k	
$z_k = \sqrt{2}\, e^{i\left(\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{3}\right)}$ avec $k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.	
$z_0 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{24}}$; $z_1 = \sqrt{2}e^{i\frac{9\pi}{24}}$; $z_2 = \sqrt{2}e^{i\left(\frac{17\pi}{24}\right)}$; $z_3 = \sqrt{2}e^{i\left(\frac{25\pi}{24}\right)} = -z_0$	
$z_4 = \sqrt{2}e^{i\frac{33\pi}{24}} = -z_1$; $z_5 = \sqrt{2}e^{i\frac{41\pi}{24}} = -z_2$.	
Les emplacements sont les sommets d'un hexagone regulier inscrit dans le cercle de centre O et de rayon $\sqrt{2}$.	
representation : (voir annexe).	

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL SESSION : FEVRIER-MARS 2023

DISCIPLINE : MATHS SERIE C Coefficient 5 Durée 4h.

CORRIGE			BAREME
Critères	Indicateurs	Barème et Notation	
CM₁ 0,75 pt.	- Annonce des titres des leçons PGCD et Nombres complexes. - Etapes de la résolution . Calcul du PGCD (1092; 924) . détermination du plus grand nombre de bouquets possibles - Conclusion	1/3 → 0,25 2/3 → 0,75	
CM₂ 2,5 pts	- Calcul du PGCD (1092; 924) - nombre 84 de bouquets - nombre de roses et de Tulipes - 924 = 11×84, alors 11 roses - 1092 = 13×84, alors 13 Tulipes - les racines 6ièmes - représentation des points images des z_k dans (O, I, J)	1/8 → 0,5 2/8 → 1 3/8 → 1,5 4/8 → 2 5/8 → 2,5	
CM₃ 1,25 pt	- Calculs exacts - reponses correctes - démarche cohérente avec les résultats	1/3 → 0,75 2/3 → 1,25	
CP 0,5 pt.	- Production juste en peu de mots - originalité - présentation	1/3 → 0,25 2/3 → 0,5	

Feuille annexe 1



Annexe 1