

BACCALAUREAT
BLANC 2024

MATHEMATIQUES

Durée : 3 heures
Coefficient : 3

SÉRIE : A1

Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3.

Le candidat devra se munir d'un papier millimétré. L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Écris sur ta copie le numéro de l'affirmation suivi de **vrai** si l'affirmation est vraie ou de **faux** si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	La limite d'une fonction polynôme en $-\infty$ est égale à la limite en $-\infty$ du terme de plus haut degré.
2	(D) est une droite d'équation : $y = ax + b$ ($a \neq 0$) et h une fonction rationnel. Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} [h(x) - (ax + b)] = 0$ alors la droite (D) est une asymptote oblique à la courbe représentative de h en $-\infty$.
3	La dérivée de la fonction $x \mapsto e^x$ est la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$.
4	Pour tout nombre réel strictement supérieur à 1, $\ln x > 0$.
5	$\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} \right) = -\infty$.
6	Soit f une fonction numérique. Si $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$ alors la droite d'équation $x = 3$ est asymptote horizontale à la courbe représentative de f .

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, trois réponses A, B et C sont proposés dont une seule est juste. Écris sur ta copie le numéro de la ligne suivi de la lettre qui correspond à la réponse juste.

N°	ENONCES	REPNSES		
		A	B	C
1	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x$ est égale à :	$+\infty$	0	$-\infty$
2	Si A et B sont deux événements incompatibles d'un univers Ω alors $P(A \cup B)$ est égale à :	$P(A) + P(B)$	$P(A) \times P(B)$	$P(A) - P(B)$
3	A et B sont deux événements d'un univers tels que $A = \{1 ; 2 ; 6\}$ et $B = \{2 ; 3 ; 5\}$, on a :	$A \cup B = \{1 ; 3 ; 5 ; 6\}$	$A \cap B = \{1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6\}$	$A \cup B = \{1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6\}$
4	L'ensemble des solutions du système $\begin{cases} \ln(x) - \ln(y) = -2 \\ 2 \ln(x) + \ln(y) = 5 \end{cases}$ est :	$\{e^3 ; e\}$	$\{(e ; e^3)\}$	$\{(e^3 ; e)\}$

EXERCICE 3 (5 points)

Un ranch possède 20 chevaux (6 blancs, 5 noirs et 9 gris) et une calèche prévue pour être tirée par 2 chevaux. Le cocher de la calèche choisit au hasard pour une journée de travail 2 chevaux parmi les 20 du ranch.

Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Justifie que le nombre de choix possibles est égal à 190.
2. Calcule la probabilité de l'événement **A**: « les deux chevaux sont blancs »
3. a) Soit l'événement **B**: « l'un des chevaux au moins est blanc ». Justifie que la probabilité de l'événement **B** est $\frac{99}{190}$.
b) Soit l'événement **C**: « les deux chevaux sont de la même couleur ». Calcule la probabilité **P(C)** de l'événement **C**.

Pour des raisons climatiques, la durée de travail quotidien d'un cheval est de 3 heures s'il est noir, 2 heures s'il est blanc et 4 heures s'il est gris et le cocher arrête le travail lorsque l'un au moins des 2 chevaux atteint sa durée de travail quotidien. On désigne par **X** la variable aléatoire qui fixe la durée de travail d'une journée des 2 chevaux choisis.

4. a) Détermine la loi de probabilité de **X**.
b) Calcule l'espérance mathématique de **X**.

EXERCICE 4 (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J), l'unité graphique est égale 2cm. On donne la fonction f dérivable et définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $f(x) = 2 + x - \ln x$

- 1- Calcule les limites de f en 0 et en $+\infty$.
- 2- a) Pour tout $x \in]0; +\infty[$, démontre $f'(x) = \frac{x-1}{x}$.
b) En déduis les variations de f .
c) Dresse le tableau de variation de f .
- 3- a) Démontre que, pour tout $x \in]0; +\infty[$; $f(x) \geq 3$.
b) Déduis-en l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $]0; +\infty[$.
- 4- Recopie et complète le tableau de valeurs de $f(x)$.

x	0,4	0,5	0,6	1	2	3	4	5
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$								

- 5- Construis la courbe représentative (C_f) de f sur $]0; 5]$.
- 6- Soit la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x - x \ln x$.
a) Démontre que g est une primitive de f sur $]0; +\infty[$.
b) Calcule en cm^2 l'aire de la portion du plan délimité par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 3$.

EXERCICE 5 (5 points)

Des élèves de terminale A travaillent les samedis dans le service marketing d'une grande chaîne de distribution d'un magasin.

Ce magasin veut informer la population des nouvelles offres promotionnelles. Le service marketing a observé que la proportion p de la population qui est informée de ces nouvelles offres après t jours d'annonces publicitaires est modélisée par la fonction ci-dessous:

$$p(t) = 1 - e^{-0,21t}.$$

Le magasin veut arrêter cette publicité lorsque 90% de la population sera informée de ces nouvelles offres. Pour cela le directeur du magasin sollicite le service marketing pour savoir le nombre de jours qu'il devra consacrer à ladite publicité. En te servant de tes connaissances mathématiques, aide le service marketing à répondre à la préoccupation du directeur.