BACCALAUREAT
SESSION 2024

Durée : 4 H
Coefficient : 4

MATHEMATIQUES

SERIE D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.
Toute calculatrice scientifique non graphique est autorisée.

EXERCICE 1 (2 points)

Ecris le numéro de l'affirmation suivie de F si elle est fausse ou de V si elle est vraie.

N°	AFFIRMATIONS
1	Soient f *et* g deux fonctions telles que : $\lim_{x\to 3} g(x) = 0$ et $\lim_{x\to 1} f(x) = 3$; on a : $\lim_{x\to 1} gof(x) = 0$
2	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f telle que $f(x) = a^x$ est $F(x) = \frac{1}{\ln a}a^x$
3	La fonction h définie par $h(x) = e^{-x}$ est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
4	Pour tout nombre réel x strictement positif, $log_5(x) = \frac{\ln 10}{\ln 5}\log(x)$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque phrase du tableau trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de la phrase suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	PHRASES	REPONSES		
		A	B	C
1	$\lim_{\substack{x\to 0 \\ >}} \frac{\ln(1+2\sin x)}{x}$ est égale à :	$+\infty$	2	1
2	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction g définie par $g(x) = e^{-3x+2}$ *est égale* à :	e^{-3x+2}	$\frac{-1}{3}e^{-3x+2}$	$-3e^{-3x+2}$
3	La partie réelle du nombre complexe $(\sqrt{3}+i)^6$ est égale à :	$(\sqrt{3})^6$	$6\sqrt{3}$	-64
4	La dérivée sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right[$ de la fonction h telle que $h(x) = \ln(\cos x)$ est égale à :	$-\tan x$	$\frac{1}{\cos x}$	$\cos\left(\frac{1}{x}\right)$

EXERCICE 3 (3 points)

1) Soit la suite $(U_n)_{n\in N}$ définie par : $\begin{cases} U_0 = -3 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 4, \forall n\in N \end{cases}$

a- Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm, construis sur l'axe (OI) les termes $U_0, U_1, U_2 et\ U_3$.

b- Démontre par récurrence que : $\forall n\in N, U_n \leq 6$

c- Démontre que la suite $(U_n)_{n\in N}$ est croissante.

d- Déduis-en que la suite $(U_n)_{n\in N}$ converge.

2) Soit la suite $(V_n)_{n\in N}$ définie par : $\forall n\in N, V_n = U_n - 6$

a- Démontre que la suite $(V_n)_{n\in N}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison.

b- Exprime V_n en fonction de n.

c- Calcule $\lim_{n\to+\infty} V_n$.

d- Déduis-en $\lim_{n\to+\infty} U_n$.

EXERCICE 4 (3,5 points)

On considère l'équation (E): $z \in \mathbb{C}, z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i = 0$

1- a) Montre que $2i$ est une solution de (E).

b) Vérifie que l'équation (E) équivaut à $(z - 2i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$.

c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

d) Déduis-en l'ensemble de solution de (E)

2) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O ; I ; J) : unité 2 cm.

On donne les points $A; B; C$ et D d'affixes respectives : $\sqrt{3} - i$; $1 + i$; $\sqrt{3} + i$ et $2i$

a) Détermine la forme exponentielle de $z_A = \sqrt{3} - i$; $z_B = 1 + i$; $z_C = \sqrt{3} + i$ et $z_D = 2i$

b) Place les points $A; B; C$ et D

3) On pose : $Z = \frac{z_A}{z_B}$

a) Ecris Z sous forme algébrique.

b) Détermine le module et l'argument principal de Z.

c) Déduis-en les valeurs exactes de $\cos\frac{7\pi}{12}$ et de $\sin\frac{7\pi}{12}$

EXERCICE 5 : (4,5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = x(1 - \ln(x^2)) + 2, si\ x \neq 0 \\ f(0) = 2 \end{cases}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé. Unité graphique : 1 cm.

1) Justifie que f est continue en 0.

2) a- Etudie la dérivabilité de f en 0.

b- Donne une interprétation graphique du résultat.

3) a- Calcule $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$, puis interprète graphiquement le résultat

b- Calcule $\lim_{x \to +\infty} f(x)$et $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$, puis interprète graphiquement le résultat

4) a- Démontre que :$\forall x \neq 0, f'(x) = -(1 + \ln(x^2))$.

b- Détermine le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.

5) a- Démontre que (C) coupe l'axe des abscisses en un seul point d'abscisse $\boldsymbol{\alpha}$.

b- Vérifie que :$2{,}4 < \boldsymbol{\alpha} < 2{,}5$

6) Construis la courbe (C)

EXERCICE 6 : (5 points)

Une coopérative d'hévéaculture sise dans la région du Lôh-Djiboua décide de vendre 200 tonnes de caoutchouc à des exportateurs. Avant la vente, le caoutchouc doit passer un test d'humidité afin de vérifier sa teneur en eau. Si le test d'humidité est positif, le caoutchouc ne peut pas être vendu. 6% du caoutchouc destiné à la vente contient de l'eau. Le test avant la vente a donné les résultats suivants :

- Lorsque le caoutchouc contient de l'eau, le test d'humidité est positif dans 88% des cas.
- Lorsque le caoutchouc ne contient pas d'eau, le test d'humidité est négatif dans 98% des cas.

Une étude a révélé que si le tonnage moyen de caoutchouc non vendu dépasse 15, il n'y a pas de bénéfice pour cette coopérative.

Préoccupé par cette situation, le président de la coopérative veut savoir si celle-ci pourra réaliser un bénéfice. N'ayant aucun agent qualifié à sa disposition pour répondre à son inquiétude, il sollicite ton aide.

En utilisant tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation du président de cette coopérative.

BAC BLANC SERIE D – SESSION MARS 2024

MATHEMATIQUES

CORRIGE ET BAREME

(On attribuera la totalité des points à toute autre démarche correcte)

EXERCICE 1 1-VRAI, 2- VRAI, 3- FAUX, 4- FAUX	**4× 0,5 pt**
EXERCICE 2 1- B ; 2- B ; 3- C, 4- A,	**4× 0,5 pt**
EXERCICE 3	
1) a-Représentation graphique de $u_0; u_1; u_2$ et u_3	**0,75**
b- Démonstration par récurrence	**0,5**
c- $\forall\, n\epsilon\mathbb{N}, u_{n+1} - u_n = \frac{2}{3}(6 - u_n) \geq 0$ La suite (u_n)est croissante.	**0,25**
d- Comme la suite (u_n) est croissante et majorée alors elle converge.	**0,25**
2) a- $\forall\, n\epsilon\mathbb{N}, v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n$ La suite (v_n)est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$et de premier terme $v_0 = -9$.	**0,5**
b- $\forall\epsilon\mathbb{N}, v_n = -9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n = -\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$	**0,25**
c- $\lim_{n\to+\infty} v_n = 0$ car $-1 < \frac{1}{3} < 1$.	**0,25**
d- $\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty}(6 + v_n) = 6$	**0,25**
EXERCICE 4 : **1- a) Montrons que $2i$ est une solution de (E).** On a : $P(2i) = (2i)^3 - 2(\sqrt{3} + i)(2i)^2 + 4(1 + i\sqrt{3})(2i) - 8 = i - 8i + 8\sqrt{3} + 8i + 8i - 8\sqrt{3} - 8i = 0$ Alors $P(2i) = 0$	**0,25**
b) Vérifions que l'équation (E) équivaut à $(z - 2i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$. On a : $(E) \Leftrightarrow (z - 2i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$ $(E) \Leftrightarrow z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i = 0$	**0,25**
c) Résolvons dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$ $\Delta = 4i^2$,les racines carrés de discriminants sont 2i et -2i Alors $z_1 = \frac{2\sqrt{3}-2i}{2} = \sqrt{3} - i$ et $z_2 = \frac{2\sqrt{3}+2i}{2} = \sqrt{3} + i$ Alors $S_{\mathbb{C}} = \{\sqrt{3} - i; \sqrt{3} + i\}$	**0,25 + 0,25**
d) Déduisons l'ensemble de solution de (E) D'après ce qui précède : $S_{\mathbb{C}} = \{2i; \sqrt{3} - i; \sqrt{3} + i\}$	**0,25**
2-a) Déterminons la forme exponentielle de $z_A = \sqrt{3} - i$; $z_B = 1 + i$;$z_C = \sqrt{3} + i$ et $z_D = 2i$	**0,25**

• $z_A = \sqrt{3} - i \; |z_A| = |\sqrt{3} - i| = 2 \begin{cases} Cos\sigma = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ Sin\sigma = \frac{-1}{2} \end{cases} \Rightarrow \sigma = -\frac{\pi}{3}$ Alors $z_A = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$	0,25
• $z_B = 1 + i \; |z_B| = |1 + i| = \sqrt{2} \begin{cases} Cos\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ Sin\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \sigma = \frac{\pi}{4}$ Alors $z_B = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	0,25
• $z_C = \sqrt{3} + i \; |z_C| = |\sqrt{3} + i| = 2 \begin{cases} Cos\sigma = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ Sin\sigma = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \sigma = \frac{\pi}{3}$ Alors $z_C = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$	0,25
• $z_D = 2i$ Alors $z_D = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$	0,25
b) Plaçons les points A; B; C et D (Voir papier millimétré)	0,25
3-a) Ecrivons Z sous forme algébrique. On a : $Z = \frac{z_A}{z_B} = \frac{\sqrt{3}-i}{1+i} = \frac{-1+\sqrt{3}}{2} - \frac{1+\sqrt{3}}{2}i$	
b) Déterminons le module et l'argument principal de Z. $|Z| = \left|\frac{z_A}{z_B}\right| = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ $\text{Arg}(Z) = Arg(z_A) - Arg(z_B) + 2k\pi$ $\text{Arg}(Z) = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} + 2k\pi = -\frac{7\pi}{12} + 2k\pi$	0,25
c) Déduisons les valeurs exactes de $\cos\frac{7\pi}{12}$ et de $\sin\frac{7\pi}{12}$ $Z = \sqrt{2}(\cos(\frac{-7\pi}{12}) + i\sin(\frac{-7\pi}{12})) = \sqrt{2}(\cos\frac{7\pi}{12} - i\sin\frac{7\pi}{12})$ et $Z = \frac{-1+\sqrt{3}}{2} - \frac{1+\sqrt{3}}{2}i$ Par identification on a : $\cos\frac{7\pi}{12} = \frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ et $\sin\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$	0,25 + 0,25
EXERCICE 5	
1) $\lim_{x \to 0^<} f(x) = \lim_{x \to 0^<} x(1 - 2\ln(-x)) + 2 = \lim_{X \to 0^>}(-X + 2X\ln X + 2) = 2$ avec $X = -x$ car $\lim_{x \to 0} x\ln x = 0$	0,25
Comme $\lim_{x \to 0^<} f(x) = \lim_{x \to 0^>} f(x) = f(0)$ alors f est continue en 0.	0,25
2) a- $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x \to 0}(1 - \ln(x^2)) = +\infty$ car $\begin{cases} \lim_{x \to 0} x^2 = 0 \\ \lim_{x \to 0^>} \ln x = -\infty \end{cases}$	0,25
Donc f n'est pas dérivable en 0.	0,25
b- La courbe (C) admet une tangente verticale en son point d'abscisse 0.	0,25
3) a-$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{X \to +\infty}[-X(1 - 2\ln X) + 2] = +\infty$	0,25
$\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to -\infty}\left(1 - \ln(x^2) + \frac{2}{x}\right) = -\infty$	0,25
Donc la courbe (C) admet une branche parabolique de direction (OJ) en $-\infty$.	0,25
b- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty}[x(1 - 2\ln x) + 2] = -\infty$	0,25
$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty}\left(1 - 2\ln x + \frac{2}{x}\right) = -\infty$	0,25
Donc la courbe (C) admet une branche parabolique de direction (OJ) en $+\infty$.	0,25
4) a- $\forall x \neq 0, f'(x) = -(1 + \ln(x^2))$	0,25

b- **Signe de $f'(x)$**

$\forall x \in \left]-\infty; -\frac{1}{\sqrt{e}}\right[\cup \left]\frac{1}{\sqrt{e}}; +\infty\right[, f'(x) < 0$

$\forall x \in \left]-\frac{1}{\sqrt{e}}; 0\right[\cup \left]0; \frac{1}{\sqrt{e}}\right[, f'(x) > 0$ **0,25**

$\forall x \in \left\{-\frac{1}{\sqrt{e}}; \frac{1}{\sqrt{e}}\right\}, f'(x) = 0$

Sens de variation de f

f est strictement décroissante sur $\left]-\infty; -\frac{1}{\sqrt{e}}\right[$ et sur $\left]\frac{1}{\sqrt{e}}; +\infty\right[$.

f est strictement croissante sur $\left]-\frac{1}{\sqrt{e}}; 0\right[$ et sur $\left]0; \frac{1}{\sqrt{e}}\right[$. **0,25**

c- Tableau de variation **0,25**

x	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt{e}}$		0		$\frac{1}{\sqrt{e}}$		$+\infty$
$f'(x)$			0		$\|\|$		0		
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$2-\frac{2}{\sqrt{e}}$	$\nearrow$	2	$\nearrow$	$2+\frac{2}{\sqrt{e}}$	$\searrow$	$-\infty$

5) a- Sur l'intervalle $\left]-\infty; \frac{1}{\sqrt{e}}\right]$ f est minorée par donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution dans $\left]-\infty; \frac{1}{\sqrt{e}}\right]$.

Sur l'intervalle $\left[\frac{1}{\sqrt{e}}; +\infty\right[$, f est continue et décroissante. Comme $0 \in \left]-\infty; 2+\frac{2}{\sqrt{e}}\right] = f\left(\left[\frac{1}{\sqrt{e}}; +\infty\right[\right)$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet une solution dans $\left[\frac{1}{\sqrt{e}}; +\infty\right[$ **0.25**

Conclusion : L'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α donc (C) coupe l'axe des abscisses en un seul point d'abscisse α .

b- Comme $f(2{,}4) \approx 0{,}2$ et $f(2{,}5) \approx -0{,}08$ sont de signes contraires alors $2{,}4 < \alpha < 2{,}5$.

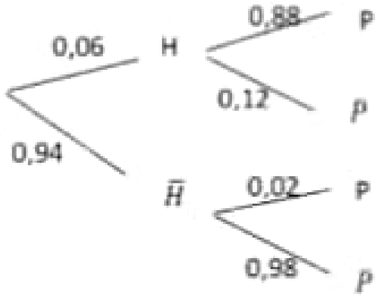
6) Construction de (C). **0.25**

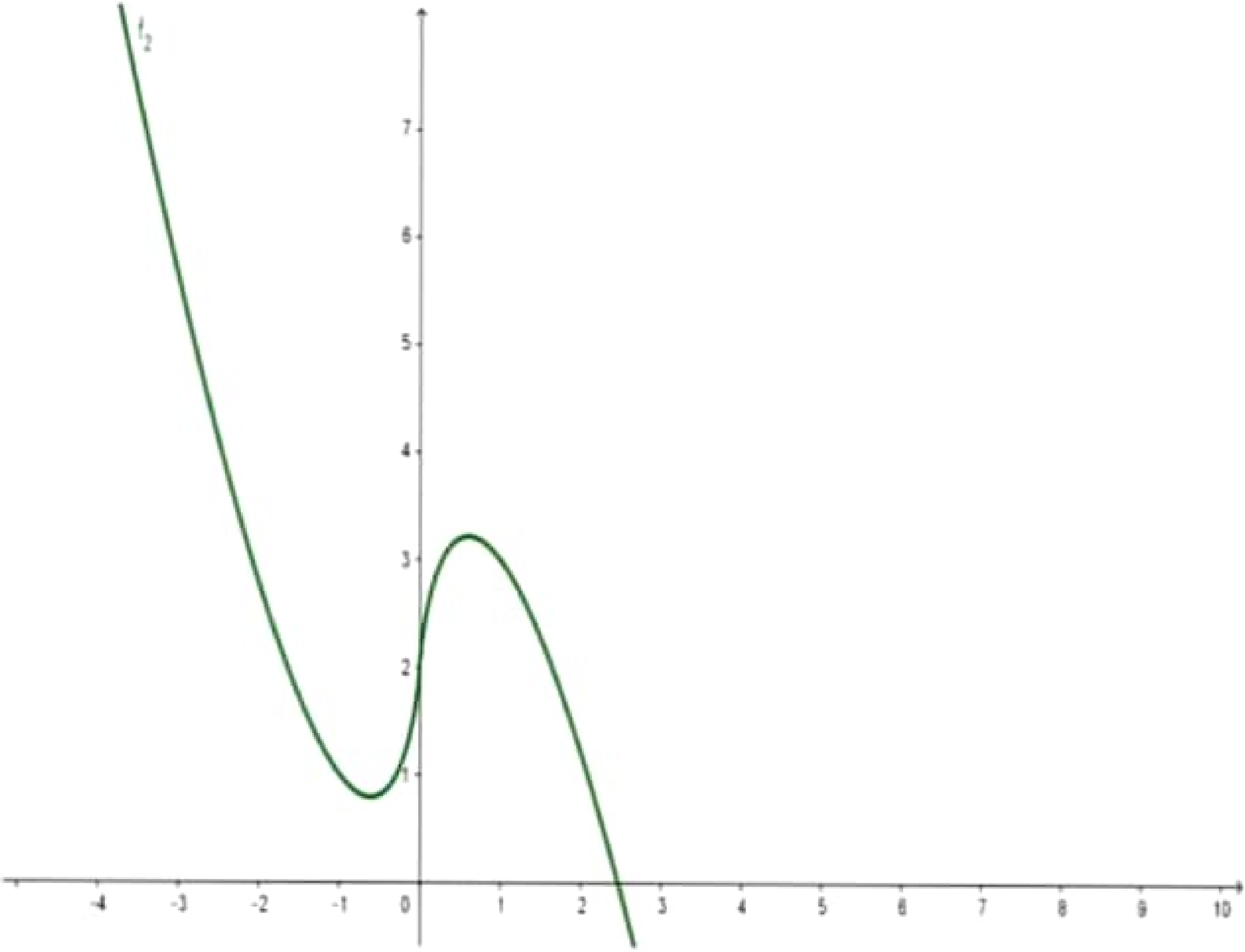
0.25

EXERCICE 6

CRITERES	INDICATEURSDE PERFORMANCE	BAREME ET NOTATION
CM1 : Pertinence Identification correcte du modèle correspondant au problème	Ce problème est relatif à la leçon : Probabilité conditionnelle et variable aléatoire - Construire l'arbre de probabilité - Déterminer la probabilité conditionnelle pour que le test soit positif - Déterminer le tonnage de caoutchouc contenant de l'eau	**0,75 points** -1indic sur 3 : **0,5pt** - 2 indics sur 3 : **0,75pt**
CM2 : Utilisation correcte des outils mathématiques en situation - Choix des outils appropriés - Application correcte des propriétés, des règles et des définitions	-Arbre de probabilité (voir ci-dessous) - Calcul de $p(H\cap P)$ et de $p(\bar{H}\cap P)$ -Probabilité conditionnelle pour que le test soit positif : $p(H\cap P)+p(\bar{H}\cap P)=0{,}0716$ -Quantité de caoutchouc non vendu : $Q=0{,}0716 \times 200=14{,}32$ t - $14{,}32<15$ - La coopérative réalisera un bénéfice NB : H (le caoutchouc contient de l'eau) P (le test est positif)	**2,5 points.** 1 indic sur 6→***0,5 point*** 2 indics sur 6→***1.25 points*** 3 indics sur 6→***1,75 points*** 4 indics sur 6→***2,5 points***
CM3 : Cohérence de la réponse	- Arbre de probabilité correct - Calcul correct des probabilités conditionnelles et de la quantité de caoutchouc non vendu - Avis du candidat conforme au résultat attendu	**1.25 points** 1 indic sur 3→***0,75 point*** 2 indics sur 3→***1,25 points***
CP : critère de perfectionnement	- Concision de la production - Originalité de la production - Bonne présentation.	**0,5 point** 1 indic sur 3→***0,25 point*** **2** indics sur 3→***0,5 point***

ARBRE DE PROBABILITE




f_2
7
6
5
4
3
2
1
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

SERIE D – EXERCICE 4

(LES CORRECTIONS APPORTEES SONT EN ROUGE)

<u>**EXERCICE**</u> **4 :** **1- a) Montrons que $2i$ est une solution de (E).** On a : $P(2i) = (2i)^3 - 2(\sqrt{3}+i)(2i)^2 + 4(1+i\sqrt{3})(2i) - 8 = i - 8i + 8\sqrt{3} + 8i + 8i - 8\sqrt{3} - 8i = 0$ Alors $P(2i) = 0$	0,25
b) Vérifions que l'équation (E) équivaut à $(z-2i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$. On a : $(E) \Leftrightarrow (z-2i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$ $(E) \Leftrightarrow z^3 - 2(\sqrt{3}+i)z^2 + 4(1+i\sqrt{3})z - 8i = 0$	0,25
c) Résolvons dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$ $\Delta = 4i^2$, les racines carrés de discriminants sont 2i et -2i Alors $z_1 = \frac{2\sqrt{3}-2i}{2} = \sqrt{3} - i$ et $z_2 = \frac{2\sqrt{3}+2i}{2} = \sqrt{3} + i$ Alors $S_C = \{\sqrt{3} - i; \sqrt{3} + i\}$	0,25 + 0,25
d) Déduisons l'ensemble de solution de (E) D'après ce qui précède : $S_C = \{2i; \sqrt{3} - i; \sqrt{3} + i\}$	0,25
2-a) Déterminons la forme exponentielle de $z_A = \sqrt{3} - i$; $z_B = 1 + i$; $z_C = \sqrt{3} + i$ et $z_D = 2i$ • $z_A = \sqrt{3} - i \lvert z_A \rvert = \lvert \sqrt{3} - i \rvert = 2 \begin{cases} Cos\sigma = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ Sin\sigma = \frac{-1}{2} \end{cases} \Rightarrow \sigma = -\frac{\pi}{6}$ Alors $z_A = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$	0,25
• $z_B = 1 + i \lvert z_B \rvert = \lvert 1 + i \rvert = \sqrt{2} \begin{cases} Cos\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ Sin\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \sigma = \frac{\pi}{4}$ Alors $z_B = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	0,25
• $z_C = \sqrt{3} + i \lvert z_C \rvert = \lvert \sqrt{3} + i \rvert = 2 \begin{cases} Cos\sigma = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ Sin\sigma = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \sigma = \frac{\pi}{3}$ Alors $z_C = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$	0,25
• $z_D = 2i$ Alors $z_D = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$	0,25
b) Plaçons les points A; B; C et D (Voir papier millimétré)	0,5
3-a) Ecrivons Z sous forme algébrique.	

On a : $Z = \frac{z_A}{z_B} = \frac{\sqrt{3}-i}{1+i} = \frac{-1+\sqrt{3}}{2} - \frac{1+\sqrt{3}}{2}i$ **b) Déterminons le module et l'argument principal de Z.** $\lvert Z\rvert = \left\lvert\frac{z_A}{z_B}\right\rvert = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ $\text{Arg}(Z) = Arg(z_A) - Arg(z_B) + 2k\pi$ $\text{Arg}(Z) = -\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4} + 2k\pi = -\frac{5\pi}{12} + 2k\pi$ **c) Supprimé**	0,25 0,25 0,25

NB : le demi-point de la question 3-c) a été reparti sur les autres questions de l'exercice 4.