Baccalauréat Blanc Zonal Session de Mai 2021

Épreuve : Mathématiques **Durée :** 04 heures **Série :** D

Exercice 1 : (Nombres - Complexes)

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nbres complexes, le polynôme :

$P(z) = z^3 - 6i z^2 - 16z + 16i$

1°) Vérifier que $z_0 = 2i$ est une racine du polynôme $P(z)$

2°) a-/ Déterminer les nombres complexes a, b et c tels que :

$$P(z) = (z - 2i)(az^2 + bz + c)$$

b-/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$

3°) Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les pts A, B, C et D d'affixes respectives : $z_A = 2 + 2i$ $z_B = -2 + 2i$, $z_C = 2i$ et $z_D = 4i$

a-/ Écrire l'expression de la similitude plane directe (S.P.D) qui laisse invariant le pt B et transforme A en D

b-/ Exprimer le nombre complexe $U = \dfrac{z_A - z_D}{z_B - z_D}$ sous forme exponentielle puis en déduire la nature du triangle ADB.

Exercice 2 : (Algèbre linéaire)

L'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ est muni de sa base canonique $(\vec{i}, \vec{j})$.

Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ définie par la base canonique $(\vec{i}, \vec{j})$ tels que : $f(\vec{i}) = \vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$ et $f(\vec{j}) = \frac{1}{3}\vec{u} - \frac{1}{6}\vec{v}$ où les vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$

1°) Exprimer $f(\vec{i})$ et $f(\vec{j})$ en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ puis écrire la matrice de f dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$.

2°) Déterminer :

a-/ le noyau de f, puis en donner une base $\vec{e_1}$.

b-/ l'image de f, puis en donner une base $\vec{e_2}$.

3°) Montrer que le couple $(\vec{e_1}, \vec{e_2})$ est une base de $\mathbb{R}^2$.

4°) déterminer la matrice de f dans la base $(\vec{e_1}, \vec{e_2})$.

<u>Exercice 3 :</u> (fonction raccordée)

<u>Partie A :</u>

Soit f la fonction numérique à variable réelle x : $\begin{cases} f(x) = (x+1)e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ f(x) = 1 - 2x + x\ln x & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1°) Préciser l'ensemble de définition de f.

2°) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 0$ puis interpreter géométriquement des resultats obtenus.

3°) Etudier les variations de f.

4°) Pour $x \leq 0$: a-/ Déterminer les coordonnées du pt d'intersect° de la courbe $(\mathcal{C})$ avec l'axe des abscisses.

b-/ Ecrire une éq t° cartesienne de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ en ce pt.

5°) Dq l'éq t° $f(x) = 0$, admet une solut° unique $\alpha \in]6;7[$. On ne demande pas de calculer α.

6°) a-/ Etudier les Branches infinies à $(\mathcal{C})$.

b-/ Tracer la courbe $(\mathscr{C})$ et la droite (T) dans le même repère. Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Unité graphique : 2 cm

Partie B :

Soit h, la fonction numérique de la variable x définie par :

$\forall x \in \mathbb{R}, \; h(x) = -f(x)$

1°) Dresser le tableau de variation de h.

2°) Tracer la courbe $(\mathscr{C}')$ representative de h dans le même repère que $(\mathscr{C})$ de f.

3°) Calculer l'Aire en cm^2 du domaine (D) limité par les courbes $(\mathscr{C})$; $(\mathscr{C}')$ et les droites d'équations $x=-1$ et $x=0$.

Exercice 4 : (Probabilité)

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher : 06 boules blanches (6 BB) et 04 boules rouges (4 BR). On tire 2 boules simultanément. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de 2 boules, associe le nbre de boules rouges tirées.

a-/ Donner la loi de Probabilité de X.

b-/ Calculer l'espérance mathémaque.

c-/ Calcule la variance de X.

Fils-Ken

(06 8353630)

Ecrit par : Ken Moulié

Supervisé par : Duchars et Pierre