BACCALAUREAT REGIONAL

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Série C
Durée : 4 Heures
Coef : 5

Cette épreuve contient quatre (04) pages numérotées 1/4, 2/4, 3/4 et 4 /4
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé

EXERCICE 1 (2 points)

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des propositions ci-dessous, suivi de V si la proposition est vraie ou de F si la proposition est fausse.

N°	PROPOSITIONS
1.	Dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ l'équation cartésienne de la parabole de foyer $F(0; -3)$ et de directrice $(D) : x = 5$ est : $10x + y^2 + 6y - 16 = 0$.
2.	$ABCD$ est un carré de centre G, l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 + MC^2 - MD^2 = 0$ est le singleton $\{G\}$.
3.	La droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -3 + 2t \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ et le plan d'équation cartésienne $-2x - 3y + 1 = 0$ sont orthogonaux.
4.	Soit ABCD un carré de centre O. Si les points I et J sont les milieux respectifs des segments $[AB]\ et\ [BC]$, alors la composée $S_{(AC)} o t_{\overrightarrow{BC}}$ est la symétrie glissée d'axe (IJ) et de vecteur $\overrightarrow{OC}$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations incomplètes du tableau ci-dessous, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule permet d'avoir l'affirmation juste. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation incomplète suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

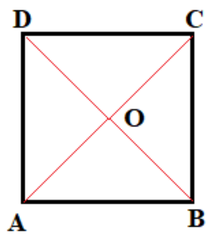
N°	Affirmations	REPONSES		
		A	**B**	**C**
1.	Une primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{1}{x}(ln(2x))^4$ est …	$\frac{1}{5}(\ln(2x))^5$	$\frac{5}{2x}(\ln(2x))^5$	$\frac{4}{5}(\ln(2x))^5 + 2$
2.	Si $\frac{\pi}{6}$ est un argument de z, alors un argument de $\frac{i}{\bar{z}^2}$ est …	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$-\frac{5\pi}{6}$
3.	Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$. La fonction dérivée seconde de f est définie sur $\mathbb{R}$ par : …	$f''(x) = \int_0^x -2te^{-t^2} dt$	$f''(x) = e^{-x^2}$	$f''(x) = -2xe^{-x^2}$
4.	Si P est un nombre premier tel que $P = \overline{a021}^3$ en base 3 avec a un nombre entier naturel non nul, alors l'écriture en base 10 de P est …	7	34	61

EXERCICE 3 (2,5 points)

Le but de cet exercice est de résoudre dans $\mathbb{Z}$ le système (S) $\begin{cases} n \equiv 13[19] \\ n \equiv 6[12] \end{cases}$.

1. On considère l'équation (E) : $(u; v) \in \mathbb{Z}^2, 19u + 12v = 1$.
   a) Démontre que l'équation, (E) admet au moins une solution.
   b) Soit $(u; v)$ une solution de l'équation (E).
   Vérifie que, le nombre $N = 13 \times 12v + 6 \times 19u$ est une solution de (S).
2. Soit n_0 une solution de (S)
   a) Vérifie que le système (S) équivaut à $\begin{cases} n \equiv n_0[19] \\ n \equiv n_0[12] \end{cases}$.
   b) Démontre que le système $\begin{cases} n \equiv n_0[19] \\ n \equiv n_0[12] \end{cases}$ équivaut à $n \equiv n_0[12 \times 19]$.
3.
   a) Trouve un couple $(u; v)$solution de l'équation (E) et calcule la valeur de N correspondante.
   b) Détermine l'ensemble des solutions de (S). **(*On pourra utiliser la question 2-b*).)**
4. Un entier naturel n est tel que lorsqu'on le divise par 12 le reste est 6 et lorsqu'on le divise par 19 le reste est 13.
   Détermine le reste de cette division de n par 228.

EXERCICE 4 (3,5 points)



$ABCD$ est un carré direct de centre O dans le plan (voir figure ci-contre), G le barycentre des points pondérés $(A; 2), (B; -1)$ et $(C; 1)$ et h l'application du plan dans lui-même qui à tout point M du plan associe le point M' du plan tel que :
$\overrightarrow{GM'} = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$.

1.
   a) Fais une figure, puis construis le point G. ***(On prendra $AB = 4cm$)***
   b) Démontre que h est une homothétie de centre G dont on précisera le rapport.
   c) Construis les images O' ; A' ; B' ; C' et D' respectivement des points O ; A ; B ; C et D par h.
   d) Justifie que G est le barycentre des points pondérés $(A' ; 2), (B' ; -1)$ et $(C' ; 1)$.
2. Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
   a) Reproduis et complète le tableau de correspondance de r suivant :

r	O	A	B	C	D

   b) On considère $f = hor$.
   Reproduis et complète le tableau de correspondance de f suivant :

f	O	A	B	C	D

   c) Justifie que les droites $(B'D')$ et (AC) sont perpendiculaires telles que $B'D' = 2AC$.
3. On munit le plan complexe du repère orthonormé direct $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

a) Détermine les affixes des points O ; A ; B ; C ; D et G.
b) Détermine les écritures complexes des transformations du plan h, r et f.
c) Détermine le point invariant de f.

EXERCICE 5 (5 points)

On considère les fonctions f_n définies sur $[0; +\infty[$ par : $\begin{cases} f_n(x) = xe^{\frac{-1}{nx}} si\ x \neq 0 \\ f_n(0) = 0 \end{cases}$

On note $(\mathcal{C}_n)$ les courbes représentatives dans un repère orthonormé (O ; I ; J). Unité graphique : 4 cm.

Partie A

1- Justifie que $f_n(x)$ est continue en 0.
2- Justifie que (c_n) admet une tangente horizontale au point d'abscisse 0.
3- Calcule la limite de f_n en $+\infty$.
4- Justifie que f_n est strictement croissante sur $[0; +\infty[$ puis dresse son tableau de variation.
5- Soit g la fonction définie sur $[0; +\infty[par\ g(t) = e^{-t} + t - 1$. On admet que $0 \leq g(t) \leq \frac{1}{2}t^2$

a) **D**émontre que $\forall x > 0$; $0 \leq f_n(x) - \left(x - \frac{1}{n}\right) \leq \frac{1}{2n^2x}$.
b) Justifie que la droite (D_n) d'équation $y = x - \frac{1}{n}$ est une asymptote à (c_n)

6- Construis (c_1) , son asymptote et sa tangente en 0.

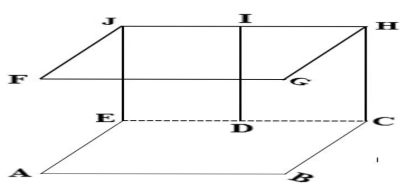
Partie B

1- Démontre que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, l'équation $f_n(x) = 1$ admet une unique solution u_n sur $[1; +\infty[$.
2- Démontre que u_n est une solution de l'équation $xlnx = \frac{1}{n}$.
3- Soit *h* la fonction définie sur $[1; +\infty[$ $h(x) = xlnx$.
a) Justifie *h* est strictement croissante sur $[1; +\infty[$.
b) Justifie que la suite (u_n) est strictement décroissante.
c) Justifie que la suite (u_n) est convergente.

EXERCICE 6 (5 points)

La Sotra souhaite construire un arrêt de bus à Yamoussoukro. Cet arrêt est formé d'un toit rectangulaire (FGHJ) et de trois poutres [CH] ; [DI], [EJ] comme l'indique la figure.

Le plancher est assimilé à un plan (ABC) orthogonal aux poutres [CH] ; [DI] ; [EJ] respectivement aux points C ; D ; E alignés.



-Le toit est en zinc renforcé et le prix du mètre carré est de 20.000 FCFA.

-Chaque poutre est en alliage solide, son prix est de 22.000 FCFA le mètre.

La Sotra souhaite déterminer le prix total du matériel (toit + poutre).

L'ouvrier constructeur sait que l'ingénieur concepteur a défini un repère orthonormé $\left(o; \vec{\imath}; \vec{\jmath}; \vec{k}\right)$ dans lequel les points ont pour coordonnées : $A\left(\frac{-1}{2}; \frac{-1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$ $F(-2; -1; 1)$; $G(2; -1; 1)$; $H\left(2; \frac{3}{2}; 1\right)$ et un vecteur normal au plan (ABC) est $\vec{n}(2; 1; 2)$ (l'unité est le mètre) Mais il ne sait pas comment répondre au souhait de la Sotra.