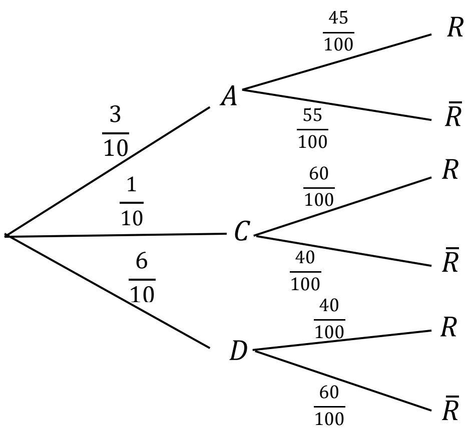
BAC BLANC RÉGIONAL
SESSION DE MARS 2024

CORRIGÉ ET BARÈME
MATHÉMATIQUES Série D

EXERCICE	Corrigé	Barème
EXERCICE 1 **(2 points)**	1. FAUX ; 2. VRAI ; 3. VRAI ; 4. FAUX	**0,5 point×4**
EXERCICE 2 **(2 points)**	1. C ; 2. D ; 3. C ; 4. B	**0,5 point×4**
EXERCICE 3 **(3,5 points)**	1. $z^2-(4+2i)z+7+4i=0.$ $\Delta=-16$ -------------------------------- Les racines carrées de Δ sont : $4i$ et $-4i$ -------------------------------- L'ensemble des solutions dans $\mathbb{C}$ est : $\{2+3i\,;2-i\}$. ------------------ 2. $P(z)=z^3-(4+3i)z^2+(5+8i)z+4-7i.$ a) $\forall\, z\in\mathbb{C}, P(z)=(z-i)(z^2+az+b)$ $=z^3+(a-i)z^2+(b-ia)z-ib.$ Par identification : $\begin{cases} a-i=-4-3i \\ b-ia=5+8i \\ -ib=4-7i \end{cases}$ On en déduit que : $a=-(4+2i)$ et $b=7+4i.$ ------------ b) $P(z)=0 \Leftrightarrow (z-i)(z^2-(4+2i)z+7+4i)=0$ L'ensemble des solutions dans $\mathbb{C}$ est : $\{i\,;\ 2+3i\,;2-i\}$. ---------- 3. $z_A=i\,;\ z_B=2+3i$ et $z_C=2-i$. a) $\left\lvert\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right\rvert=\lvert -i\rvert=1$ -------------------------------------- $mes(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})=\arg\left(\frac{z_{\overrightarrow{AC}}}{z_{\overrightarrow{AB}}}\right)+2k\pi\,,\ k\in\mathbb{Z}.$ $mes(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})=\arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)+2k\pi\ =\arg(-i)+2k\pi\,,\ k\in\mathbb{Z}.$ $mes(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})=-\frac{\pi}{2}+2k\pi\,,\ k\in\mathbb{Z}.$ D'où, une mesure de $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})$ est $-\frac{\pi}{2}$. ------------------------------ b) $AB=AC$ et une mesure de $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})$ est $-\frac{\pi}{2}$. Donc, le triangle ABC est rectangle et isocèle en A. ---------------- 4. (Γ): $z\bar{z}+i(z-\bar{z})=7.$ a) $z=x+iy$, alors : $z\bar{z}=x^2+y^2$ et $z-\bar{z}=2iy.$ Donc : $M\in(\Gamma)\Leftrightarrow x^2+y^2-2y=7.$ ------------------------------- b) Nature et éléments caractéristiques de (Γ). $x^2+y^2-2y=7 \Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=8.$ Donc, (Γ) est le cercle de centre A et de rayon $\sqrt{8}$. --------------------	**0,25 point** **0,5 point** **0,25 point** **0, 5 point** **0,5 point** **0,25 point** **0, 5 point** **0,25 point** **0,25 point** **0,25 point**

EXERCICE 4 **(3,5 points)**	1.  ----------------------	**1 point**
	2. a) $P(D \cap R) = P(D) \times P_D(R) = 0{,}24$ ----------------------------------	**0,25 point**
	b) $P(R) = P(A \cap R) + P(C \cap R) + P(D \cap R)$ --------------------- $= 0{,}435.$	**0,5 point**
	c) $P_R(D) = \frac{P(D \cap R)}{P(R)}$ $= \frac{0{,}24}{0{,}435} = 0{,}55.$ ---	**0,5 point**
	3. a) L'expérience qui consiste à choisir au hasard un candidat est une épreuve de Bernoulli, dont le Succès est l'évènement $D \cap R$. Sa probabilité est 0,24. On choisit au hasard n candidats. On obtient ainsi un schéma de ----- Bernoulli de paramètres n et p , avec $p = 0{,}24$. Donc, X suit une loi binomiale.	**0,5 point**
	b) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - C_n^0 \times (0{,}24)^0 \times (1 - 0{,}24)^n$ $= 1 - (0{,}76)^n.$ ---	**0,5 point**
	c) $P(X \geq 1) = 0{,}855 \iff 1 - (0{,}76)^n = 0{,}855$ On obtient : $n = 7$. --------------------------------------	**0,25 point**

EXERCICE 5
(4 points)

1. Justification correcte de : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ ----------------------------- **0,25 point**

2. a) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ --- **0,25 point**

   $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$ --- **0,25 point**

   b) La courbe (C_f) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction celle de (OJ). --- **0,25 point**

3. a) Justification correcte de : $\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = -g(x)$. ---------------- **0,5 point**

   b) Le signe de $f'(x)$ est celui de $g(x)$.

   On a donc : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; \alpha[, f'(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, f'(x) > 0 \end{cases}$ ------------------------ **0,25 point**

   D'où :
   - f est strictement décroissante sur $]-\infty; \alpha[$
   - f est strictement croissante sur $]-\infty; \alpha[$ ---------------- **0,5 point**

   Tableau de variation de f

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

   --------------------- **0,25 point**

4. $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0$.

   Donc, $(D): y = x - 1$ est une asymptote à (C_f) en $+\infty$. ----------- **0,25 point**

5. Démonstration correcte de : $f(\alpha) = \alpha + \frac{2}{\alpha - 1}$ --------------------- **0,25 point**

6. a) $\forall x \in \mathbb{R},\ P'(x) = [-ax^2 + (2a - b)x + b - c]e^{-x}$ ------ **0,25 point**

   $P'(x) = (x + 1)^2 e^{-x} \Leftrightarrow a = -1\ ,\ b = -4\ ,\ c = -5.$

   D'où : $P(x) = (-x^2 - 4x - 5)e^{-x}$. ------------------------ **0,25 point**

   b) $\mathcal{A} = \int_0^1 [f(x) - (x - 1)]\, dx \times 4$ ----------------------- **0,25 point**

   $\mathcal{A} = 4 \times \int_0^1 (x + 1)^2 e^{-x}\, dx$

   $\mathcal{A} = 4 \times [(-x^2 - 4x - 5)e^{-x}]_0^1$

   $\mathcal{A} = 4\left(5 - \frac{10}{e}\right)\, cm^2$. -------------------------------- **0,25 point**

<table>
<tr><th></th><th>CRITÈRES</th><th>INDICATEURS DE PERFORMANCE</th><th>BARÈME</th></tr>
<tr><td rowspan="4">EXERCICE 6

(5 points)</td><td>CM1 : Pertinence
Identification du modèle correspondant au problème posé (Interprétation correcte de la situation complexe, pertinence des choix opérés sur les données de la situation)</td><td>- Pour répondre à la préoccupation du comptable, je vais utiliser les suites numériques.
Je vais :
- déterminer une suite numérique (u_n) dont le terme général u_n donne la quantité de noix de cajou achetée en l'an $2011 + n$ $(n \geq 0)$;

- déterminer le plus petit entier naturel n tel que:
$u_n > 10000$.</td><td>$0,75$ point

1 ind sur $3 \rightarrow 0,25$
À partir de
2 ind sur $3 \rightarrow 0,75$

Règle des $2/3$
$(2/3)\times 3 = 2$</td></tr>
<tr><td>CM2 : Utilisation correcte des outils mathématiques en situation
(concerne les étapes de la démarche)
- Choix des outils appropriés
- Application correcte des propriétés, règles et définitions</td><td>- Détermination une suite numérique (u_n) dont le terme général u_n donne la quantité de noix de cajou achetée en l'an $2011 + n$ $(n \in \mathbb{N})$.
On a : $u_0 = 5000$.
$u_1 = u_0 + \frac{5}{100}u_0 = 1,05u_0$

$u_2 = u_1 + \frac{5}{100}u_1 = 1,05u_1$

Ainsi, la suite est (u_n) est définie par:
$\forall\, n \in \mathbb{N}\,,\ u_{n+1} = 1,05u_n$.
- Précision correcte de la nature de cette suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,05 et de premier terme 5000.
- Expression correcte de sa formule explicite.
$\forall\, n \in \mathbb{N}\,,\ u_n = 5000 \times (1,05)^n$.
- Présence de l'inéquation : $u_n > 10000$.
- Présence de la valeur minimale de n après résolution de l'inéquation :
$u_n > 10000 \Longrightarrow n > 14,2$
La valeur minimale de n est 15.</td><td>$2,5$ points

1 ind sur $6 \rightarrow 0,75$
2 ind sur $6 \rightarrow 1,5$
3 ind sur $6 \rightarrow 2$
À partir de
4 ind sur $6 \rightarrow 2,5$

Règle des $2/3$
$(2/3)\times 6 = 4$</td></tr>
<tr><td>CM3 : Cohérence de la réponse
– Cohérence entre les étapes de la démarche
– Cohérence dans la démonstration</td><td>- Le résultat produit est conforme au résultat attendu (résolution correcte de l'inéquation: $u_n > 10000$, on obtient : $n > 14,2$).
- Le résultat produit est en adéquation avec la démarche (Formules justes même si le modèle est faux)
- La qualité des enchainements de la démarche
- La conclusion (La quantité de noix de cajou achetée sera supérieure à 10.000 tonnes en 2026.)</td><td>$1,25$ point

1 ind sur $4 \rightarrow 0,5$
2 ind sur $4 \rightarrow 1$
À partir de
3 ind sur $4 \rightarrow 1,25$

Règle des $2/3$
$(2/3)\times 4 = 2,66$
arrondi à 3</td></tr>
<tr><td>CP : Critère de perfectionnement
(Concision; Originalité, Bonne présentation)</td><td>- Propreté de la production (Présence des titres des étapes, pas de rature et de surcharge)
- Démarche correcte non classique au-delà de la production attendue
- Production juste en peu de mots (esprit de synthèse)</td><td>$0,5$ point

1 ind sur $3 \rightarrow 0,25$
À partir de
2 ind sur $3 \rightarrow 0,5$

Règle des $2/3$
$(2/3)\times 3 = 2$</td></tr>
</table>