



BACCALAUREAT BLANC DGEM
SESSION DE MAI 2024

Durée : 04h00
Coef.: 4

SERIE D

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Fomesoutra.com
ça soutra!

Cette épreuve comporte quatre pages (04) numérotées 1/4 ; 2/4 ; 3/3 et 4/4

EXERCICE 1 (2 points)

Écris le numéro de chaque affirmation suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	La fonction $x \mapsto 2 + \cos^5 x$ est une primitive sur \mathbb{R} de la fonction $x \mapsto -5 \sin x \cos^4 x$.
2	Soit f une fonction continue et négative sur un intervalle K , (C) sa représentation graphique dans un repère orthogonal (O, I, J) ; a et b deux éléments de K ($a < b$). L'aire (en unités d'aire) de la partie du plan limitée par (C) , (OI) et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$ est : $\int_a^b f(t) dt$.
3	Si f est une bijection dérivable et strictement monotone sur un intervalle I , telle que: $\forall x \in I$ et $f'(x) \neq 0$, alors sa bijection réciproque f^{-1} a pour dérivée : $\forall x \in I, (f^{-1})'(x) = \frac{-1}{f'[f^{-1}(x)]}$
4	On appelle coefficient de corrélation linéaire d'une série statistique double de caractères X et Y , le nombre réel r défini par : $r = \frac{\text{cov}(X;Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque affirmation, trois réponses sont proposées dont une seule est juste. Écris le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 6-A.**

N°	Affirmations	Réponses
1	Soit f une fonction définie sur $[1; +\infty[$ telle que $\forall x \in [1; +\infty[, f(x) + 4 \leq \frac{1+\sin x}{x}$	A $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sin(x)}{x} \right) = 1$
		B $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -4$
		C $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 4$



2	Une primitive de la fonction f sur $\left] \frac{-1}{2}; +\infty \right[$ définie par $f(x) = \sqrt{x+2} + \frac{3}{\sqrt{2x+1}} - \frac{e^x}{1+e^x} + \frac{1}{(x+4)^3}$ est	A	$F(x) = \frac{2}{3}(x+2)\sqrt{x+2} + 3\sqrt{2x+1} - \ln(1+e^x) - \frac{1}{2(x+4)^2}$
		B	$F(x) = -\frac{2}{3}(x+2)\sqrt{x+2} - 3\sqrt{2x+1} - \ln(1+e^x) - \frac{1}{2(x+4)^2}$
		C	$F(x) = \frac{2}{3}(x+2)\sqrt{x+2} + 3\sqrt{2x+1} - \ln(1+e^x) + \frac{1}{2(x+4)^2}$
3	Soit a un nombre réel non nul, si f est dérivable sur \mathbb{R} telle que pour tout réel x , $ f'(x) \leq \frac{1}{ a }$ alors	A	$ f(2a) - f(a) \leq 1$
		B	$ f(2a) - f(a) = f(2a - a) $
		C	$ a \times f(x) \leq 1$
4	Soit a un réel tel que $0 < a < 1$. Les solutions de l'équation différentielle $y'' = (\ln a)y$ sont	A	$y = Ae^{x(\ln a)} + Be^{-x(\ln a)}$ avec A et B des constantes réels.
		B	$y = Ae^{x(\sqrt{\ln a})} + Be^{-x(\sqrt{\ln a})}$ avec A et B des constantes réels.
		C	$y = A\cos[(\sqrt{-\ln a})x] + B\sin[(\sqrt{-\ln a})x]$ avec A et B des constantes réelles.

EXERCICE 3 (3 points)

Une urne U_1 contient 5 boules noires et 4 boules blanches.

Une urne U_2 contient 3 boules noires et 2 boules blanches.

Expérience 1

On jette un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6, chaque face ayant la même probabilité d'apparaître que les autres. Si la face numérotée 6 apparaît, on tire une boule de U_1 , sinon on tire une boule de U_2 .

On considère les événements suivants :

A : « obtenir la face numérotée 6 » et B : « tirer une boule blanche »

1°) Schématise la situation sous forme d'un arbre pondéré.

2°) Justifie que la probabilité de l'évènement B est $\frac{11}{27}$

3°) Détermine la probabilité $P_B(A)$ de l'évènement A sachant B.

4°) L'expérience 1 précédente se déroule en n parties indépendantes, où n est un entier supérieur à 1. Détermine la plus petite valeur de n pour que la probabilité d'obtenir au moins une boule blanche dépasse 0,99.



Expérience 2

Dans cette partie, on considère seulement l'urne U_2 qui contient toujours 3 boules noires et 2 boules blanches.

On considère le jeu qui consiste à effectuer des tirages successifs sans remise d'une boule de l'urne U_2 , on arrête de tirer dès l'obtention de la première boule noire.

Chaque boule blanche tirée rapporte 2000 F au joueur et chaque boule noire obtenue fait perdre 3000F au joueur.

Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur.

5°) Détermine les valeurs prises par X .

6°) Donne la loi de probabilité de X .

7°) Détermine l'espérance mathématique de X . Interprète le résultat obtenu.

EXERCICE 4 (4 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On note B et C les points du plan d'affixes respectives $3 - 2i$ et $5 + i$. On désigne par S la similitude directe de centre O qui transforme C en B .

1- a) Démontre que l'écriture complexe de S est $z' = \frac{1}{2}(1 - i)z$

b) Détermine les éléments caractéristiques de S .

c) Détermine l'affixe du point D qui a pour image par S le point C .

2- a) Justifie que l'affixe z_1 du point B_1 , image de B par S est $\frac{1}{2}(1 - 5i)$.

b) Justifie que le triangle OB_1 est rectangle et isocèle en B_1 .

3- On définit les points suivants : $B_0 = B$ et $\forall n \in \mathbb{N}, B_{n+1} = S(B_n)$.

On note z_n l'affixe de B_n

a) Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, z_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n (1 - i)^n z_0$.

b) Calcule la distance OB_n en fonction de n

c) Calcule $\lim_{n \rightarrow +\infty} OB_n$.

EXERCICE 5 (4 points)

On considère la fonction f définie sur $]-1; +\infty[$ par $f(x) = e^{-x} + \ln(1 + x)$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) (unité graphique : 2 cm).

1. a) Calcule la limite de f en -1 puis interprète graphiquement le résultat.

b) Calcule la limite de f en $+\infty$.

c) Calcule la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $+\infty$ puis interprète graphiquement le résultat.

2. On admet que f est dérivable sur $]-1; +\infty[$ et on admet que $\forall x \in]-1; +\infty[$, $e^x \geq x + 1$. On note f' la dérivée de la fonction f .



- a) Démontre que, pour tout nombre réel x élément de $]-1; +\infty[$, $f'(x) = \frac{(e^x - x - 1)e^{-x}}{x + 1}$
- b) Étudie les variations de f puis dresse son tableau de variation sur $]-1; +\infty[$.
3. a) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α .
- b) Justifie que $\alpha \in]-0,92; -0,91[$.
4. Trace l'asymptote puis construis la courbe (C) dans le repère (O, I, J).
5. Soit F la fonction dérivable sur $]-1; +\infty[$ et définie par :

$$F(x) = -e^{-x} + (x + 1) \ln(x + 1) - x$$

- a) Démontre que F est une primitive de f sur $]-1; +\infty[$.
- b) Démontre que $\int_{\alpha}^0 f(x) dx = (\alpha - 1) + (\alpha + 2)e^{-\alpha}$
(on rappelle que $f(\alpha) = e^{-\alpha} + \ln(1 + \alpha) = 0$)
- c) Calcule, en cm^2 , l'aire \mathcal{A} , de la partie du plan délimitée par la courbe (C), l'axe des abscisses, la droite d'équation $x = \alpha$ et l'axe des ordonnées
- (On prendra : $\alpha \approx -0,915$)

$$2 - 1 + 2e^{\alpha} + 2e^{\alpha}$$

EXERCICE 6 (5 points)

En 2024 le champ de tomates de forme rectangulaire du Chef du village de KINTELE a les dimensions suivantes : longueur 800 mètres, largeur 500 mètres.

A cause de l'érosion, l'aire de ce champ diminue chaque année de 10% par rapport à l'aire de l'année précédente. Pour compenser la perte d'une partie de ce champ par l'érosion, les villageois ont décidé d'ajouter à celui-ci 1500 m^2 de terrain chaque année après 2024.

Chaque année, le chef du village vend ses tomates par mètre carré. Chaque mètre carré lui rapporte 2000 FCFA et ce prix reste constant chaque année.

Le chef du village de KINTELE veut savoir à partir de quelle année son revenu annuel sera inférieur à 40.000.000 FCFA. Il te sollicite.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, aide le Chef du village.