

BACCALAUREAT REGIONAL

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Série C

Durée : 4 Heures

Coef : 5

Fomesoutra.com

Cette épreuve contient quatre (04) pages numérotées 1/4, 2/4, 3/4 et 4/4  
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé

## EXERCICE 1 (2 points)

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des propositions ci-dessous, suivi de V si la proposition est vraie ou de F si la proposition est fausse.

N°	PROPOSITIONS
1.	Dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ l'équation cartésienne de la parabole de foyer $F(0; -3)$ et de directrice $(D) : x = 5$ est : $10x + y^2 + 6y - 16 = 0$ .
2.	$ABCD$ est un carré de centre $G$ , l'ensemble des points $M$ du plan tels que $MA^2 - MB^2 + MC^2 - MD^2 = 0$ est le singleton $\{G\}$ .
3.	La droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -3 + 2t \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ et le plan d'équation cartésienne $-2x - 3y + 1 = 0$ sont orthogonaux.
4.	Soit $ABCD$ un carré de centre $O$ . Si les points $I$ et $J$ sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[BC]$ , alors la composée $S_{(AC)} \circ t_{\vec{BC}}$ est la symétrie glissée d'axe $(IJ)$ et de vecteur $\vec{OC}$ .

## EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations incomplètes du tableau ci-dessous, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule permet d'avoir l'affirmation juste. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation incomplète suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Affirmations	REPOSES		
		A	B	C
1.	Une primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction $f$ définie par : $f(x) = \frac{1}{x} (\ln(2x))^4$ est ...	$\frac{1}{5} (\ln(2x))^5$	$\frac{5}{2x} (\ln(2x))^5$	$\frac{4}{5} (\ln(2x))^5 + 2$
2.	Si $\frac{\pi}{6}$ est un argument de $z$ , alors un argument de $\frac{i}{z}$ est ...	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$-\frac{5\pi}{6}$
3.	Soit la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ . La fonction dérivée seconde de $f$ est définie sur $\mathbb{R}$ par : ...	$f''(x) = \int_0^x -2te^{-t^2} dt$	$f''(x) = e^{-x^2}$	$f''(x) = -2xe^{-x^2}$
4.	Si $P$ est un nombre premier tel que $P = \overline{a021^3}$ en base 3 avec $a$ un nombre entier naturel non nul, alors l'écriture en base 10 de $P$ est ...	7	34	61

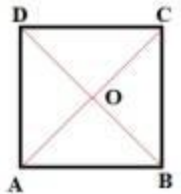
**EXERCICE 3 (2,5 points)**

Le but de cet exercice est de résoudre dans  $\mathbb{Z}$  le système (S)  $\begin{cases} n \equiv 13[19] \\ n \equiv 6[12] \end{cases}$ .

- On considère l'équation (E) :  $(u; v) \in \mathbb{Z}^2, 19u + 12v = 1$ .
  - Démontre que l'équation, (E) admet au moins une solution.
  - Soit  $(u; v)$  une solution de l'équation (E).  
Vérifie que, le nombre  $N = 13 \times 12v + 6 \times 19u$  est une solution de (S).
- Soit  $n_0$  une solution de (S)
  - Vérifie que le système (S) équivaut à  $\begin{cases} n \equiv n_0[19] \\ n \equiv n_0[12] \end{cases}$ .
  - Démontre que le système  $\begin{cases} n \equiv n_0[19] \\ n \equiv n_0[12] \end{cases}$  équivaut à  $n \equiv n_0[12 \times 19]$ .
- Trouve un couple  $(u; v)$  solution de l'équation (E) et calcule la valeur de  $N$  correspondante.
  - Détermine l'ensemble des solutions de (S). (*On pourra utiliser la question 2-b*.)
- Un entier naturel  $n$  est tel que lorsqu'on le divise par 12 le reste est 6 et lorsqu'on le divise par 19 le reste est 13.  
Détermine le reste de cette division de  $n$  par 228.

**EXERCICE 4 (3,5 points)**

$ABCD$  est un carré direct de centre  $O$  dans le plan (voir figure ci-contre),  $G$  le barycentre des points pondérés  $(A; 2)$ ,  $(B; -1)$  et  $(C; 1)$  et  $h$  l'application du plan dans lui-même qui à tout point  $M$  du plan associe le point  $M'$  du plan tel que :  
 $\overrightarrow{GM'} = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ .



- Fais une figure, puis construis le point  $G$ . (*On prendra  $AB = 4\text{cm}$* )
  - Démontre que  $h$  est une homothétie de centre  $G$  dont on précisera le rapport.
  - Construis les images  $O'$ ;  $A'$ ;  $B'$ ;  $C'$  et  $D'$  respectivement des points  $O$ ;  $A$ ;  $B$ ;  $C$  et  $D$  par  $h$ .
  - Justifie que  $G$  est le barycentre des points pondérés  $(A'; 2)$ ,  $(B'; -1)$  et  $(C'; 1)$ .
- Soit  $r$  la rotation de centre  $O$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$ .
  - Reproduis et complète le tableau de correspondance de  $r$  suivant :
 

$r$ ↻	O	A	B	C	D
  - On considère  $f = hor$ .  
Reproduis et complète le tableau de correspondance de  $f$  suivant :
 

$f$ ↻	O	A	B	C	D
  - Justifie que les droites  $(B'D')$  et  $(AC)$  sont perpendiculaires telles que  $B'D' = 2AC$ .
- On munit le plan complexe du repère orthonormé direct  $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ .

- Détermine les affixes des points  $O ; A ; B ; C ; D$  et  $G$ .
- Détermine les écritures complexes des transformations du plan  $h, r$  et  $f$ .
- Détermine le point invariant de  $f$ .

**EXERCICE 5 (5 points)**

On considère les fonctions  $f_n$  définies sur  $[0; +\infty[$  par :

$$\begin{cases} f_n(x) = xe^{-\frac{1}{nx}} \text{ si } x \neq 0 \\ f_n(0) = 0 \end{cases}$$

On note  $(C_n)$  les courbes représentatives dans un repère orthonormé  $(O ; I ; J)$ . Unité graphique : 4 cm.

**Partie A**

- Justifie que  $f_n(x)$  est continue en 0.
- Justifie que  $(C_n)$  admet une tangente horizontale au point d'abscisse 0.
- Calcule la limite de  $f_n$  en  $+\infty$ .
- Justifie que  $f_n$  est strictement croissante sur  $[0; +\infty[$  puis dresse son tableau de variation.
- Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0; +\infty[$  par  $g(t) = e^{-t} + t - 1$ . On admet que  $0 \leq g(t) \leq \frac{1}{2}t^2$ 
  - Démontre que  $\forall x > 0 : 0 \leq f_n(x) - \left(x - \frac{1}{n}\right) \leq \frac{1}{2n^2x}$ .
  - Justifie que la droite  $(D_n)$  d'équation  $y = x - \frac{1}{n}$  est une asymptote à  $(C_n)$
- Construis  $(C_1)$ , son asymptote et sa tangente en 0.

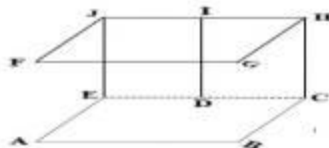
**Partie B**

- Démontre que  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ , l'équation  $f_n(x) = 1$  admet une unique solution  $u_n$  sur  $[1; +\infty[$ .
- Démontre que  $u_n$  est une solution de l'équation  $x \ln x = \frac{1}{n}$ .
- Soit  $h$  la fonction définie sur  $[1; +\infty[$   $h(x) = x \ln x$ .
  - Justifie  $h$  est strictement croissante sur  $[1; +\infty[$ .
  - Justifie que la suite  $(u_n)$  est strictement décroissante.
  - Justifie que la suite  $(u_n)$  est convergente.

**EXERCICE 6 (5 points)**

La Sotra souhaite construire un arrêt de bus à Yamoussoukro. Cet arrêt est formé d'un toit rectangulaire (FGHJ) et de trois poutres [CH] ; [DI], [EJ] comme l'indique la figure.

Le plancher est assimilé à un plan (ABC) orthogonal aux poutres [CH] ; [DI] ; [EJ] respectivement aux points C ; D ; E alignés.



-Le toit est en zinc renforcé et le prix du mètre carré est de 20.000 FCFA.

-Chaque poutre est en alliage solide, son prix est de 22.000 FCFA le mètre.

La Sotra souhaite déterminer le prix total du matériel (toit + poutre).

L'ouvrier constructeur sait que l'ingénieur concepteur a défini un repère orthonormé  $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  dans lequel les points ont pour coordonnées :  $A\left(\frac{-1}{2}; \frac{-1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$  ;  $F(-2; -1; 1)$  ;  $G(2; -1; 1)$  ;  $H\left(2; \frac{3}{2}; 1\right)$  et un vecteur normal au plan (ABC) est  $\vec{n}(2; 1; 2)$  ( l'unité est le mètre ) Mais il ne sait pas comment répondre au souhait de la Sotra.