

BACCALAURÉAT BLANC
SESSION : FÉVRIER 2025

Coefficient : 5
Durée : 4 h

MATHÉMATIQUES

Série : C

Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat aura à utiliser deux (02) feuilles de papier millimétré.
Seule la calculatrice scientifique non graphique et non connectable est autorisée.

EXERCICE 1 : (2 points)

Ecris le numéro chaque affirmation suivi de "V" si l'affirmation est vraie ou "F" si elle est fausse.

N°	AFFIRMATION
1	Si u est une fonction dérivable sur un intervalle K et v une fonction dérivable sur l'intervalle $u(K)$ alors la fonction $v \circ u$ est dérivable sur K et on a $(v \circ u)' = v' \times (v' \circ u)$.
2	Soit a, b et c trois nombres réels tels que $a + b + c \neq 0$ et G le barycentre des points pondérés $(A; a)$, $(B; b)$ et $(C; c)$. Pour tout nombre réel k , la ligne de niveau k de l'application $M \mapsto aMA^2 + bMB^2 + cMC^2$ est un cercle de centre G .
3	L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. α est un nombre réel non nul. Le plans (P) d'équation cartésienne $\frac{\alpha}{3}x - \frac{\alpha}{2}y + \alpha z = 0$ a pour vecteur normal le vecteur $\vec{u}(2; -3; 6)$.
4	Soit f une fonction continue sur un intervalle I . Si F et G sont des primitives de la fonction f sur I alors la fonction $F - G$ est constante sur I .

EXERCICE 2 : (2 points)

Pour chacun des énoncés incomplets ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste. Ecris le numéro de chaque énoncé incomplet suivi de la lettre correspondante à la bonne réponse.

N°	ÉNONCÉ INCOMPLET	RÉPONSES	
1	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct, les points images des solutions de l'équation : $z \in \mathbb{C}, z^4 + 1 = 0$ sont ...	A	des points alignés.
		B	les sommets d'un hexagone régulier.
		C	des points situés sur l'axe des abscisses.
		D	les sommets d'un carré.
2	L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. La droite (D) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + \frac{1}{2}t \end{cases} t \in \mathbb{R}$, a pour vecteur directeur le vecteur \vec{u} de coordonnées...	A	$(1; 1; -2)$.
		B	$(2; -2; 1)$.
		C	$(1; 3; 2)$.
		D	$(2; 1; -2)$.
3	Soit A et B deux points distincts du plan. L'ensemble des points M du plan tels que $2MA - MB = 0$ est ...	A	un cercle.
		B	la médiatrice du segment $[AB]$.
		C	la droite (AB) privée des points A et B.
		D	la droite perpendiculaire à (AB) au point A.

4	La limite en $+\infty$ de la fonction $x \mapsto e^x \ln(1 + e^{-x})$ est égale à...	A	0
		B	$+\infty$
		C	1
		D	$-\infty$

EXERCICE 3 : (3 points)

On se propose de déterminer l'ensemble S des nombres entiers naturels qui s'écrivent $a05b$ dans le système décimal et qui sont divisibles 3 et par 11.

On admet que $1 \leq a \leq 9$ et $0 \leq b \leq 9$.

1. Justifie que si le nombre $a05b$ est un élément de S alors : $a + b \equiv 1 [3]$ et $a - b \equiv 6[11]$.
2. Démontre que si le nombre $a05b$ est un élément de S alors : $a - b = -5$ ou $a - b = 6$.
3. Détermine les nombres entiers naturels appartenant à l'ensemble S .

EXERCICE 4 : (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité 2 cm.

Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan de coordonnées $(x; y)$ vérifiant la relation : $3(x + 1)^2 + 4y^2 = 12$.

- 1) 1-a) Détermine la nature de (Γ) .
 1-b) Détermine dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ les éléments géométriques de (Γ) .
 1-c) Construis (Γ) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 2) Soit un point M de (Γ) de coordonnées $(x; y)$; on note $z = x + iy$ l'affixe de M .
 2-a) justifie que $-3 \leq x \leq 1$.
 2-b) Démontre que $|z| = \frac{1}{2}(3 - x)$.
 2-c) Déduis-en que $|z| = \frac{3}{2 + \cos\theta}$ où θ étant un argument de z .
- 3) Soit M et M' les points de (Γ) ayant pour affixes respectives z et z' d'arguments respectifs θ et $\theta + \pi$. On suppose ici que $\theta \in]-\pi; \pi]$.
 3-a) Démontre que $z' - z = -e^{i\theta}(|z'| + |z|)$.
 3-b) Déduis des questions 2.c) et 3.a) que : $\|\overrightarrow{M'M'}\| = \frac{12}{4 - \cos^2\theta}$.
 3-c) Détermine les valeurs de θ pour lesquelles $\|\overrightarrow{M'M'}\|$ est maximal.

EXERCICE 5 : (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité 2 cm.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on définit sur $]0; +\infty[$, la fonction f_n par : $f_n(x) = \frac{\ln(1+x)}{x} - n(e^{x-1} - 1)$.

On note (C_n) la représentation graphique de f_n dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Partie A : Fonction auxiliaire

Soit la fonction g dérivable et définie sur $]-1; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(x + 1)$.

- 1) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variations ; on ne demande pas les limites.
- 2) Déduis-en que pour tout $x \in]-1; +\infty[$, $g(x) \leq 0$.

Partie B : Etude de la famille de fonctions

- 1) Justifie que l'axe des abscisses est asymptote à la courbe (C_0) .
- 2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note β_n la limite de f_n à droite en 0.
 - 2-a) Calcule β_n en fonction de n .
 - 2-b) Justifie que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\beta_n > 0$.
- 3) Calcule la limite de f_n en $+\infty$ pour tout entier naturel $n \geq 1$.
- 4) Etudie la position relative des courbes (C_n) et (C_{n+1}) pour tout nombre entier naturel n .
- 5) Pour tout nombre entier naturel n , On admet que f_n est dérivable sur $]0 ; +\infty[$.
 - 5-a) Démontre que pour tout $x \in]0 ; +\infty[$, $f'_n(x) = \frac{g(x)}{x^2} - ne^{x-1}$.
 - 5-b) Déduis-en le sens de variation de f_n .
 - 5-c) Dresse le tableau de variation de :
 - la fonction f_0 .
 - la fonction f_n pour $n \geq 1$.
- 6) 6-a) Démontre que pour tout entier naturel non nul n , l'équation $f_n(x) = 0$ admet une solution unique α_n dans $]0 ; +\infty[$.
 - 6-b) Démontre que pour tout nombre entier naturel non nul n , on a : $\alpha_n > 1$.
- 7) Trace les courbes (C_0) , (C_1) et (C_2) dans le repère $(O ; \vec{i}; \vec{j})$.
On prendra $\alpha_1 \approx 1,5$ et $\alpha_2 \approx 1,3$.

EXERCICE 6 : (5 points)

Une entreprise propose à ses employés une évolution suivante du salaire mensuelle :
Le salaire mensuel la première année d'embauche est de 100 000 FCFA.

L'avancement (augmentation) salarial est annuel et est définie selon la formule suivante :

- Le salaire mensuel de chaque année correspond au neuf dixième du salaire mensuel de l'année précédente augmenté de 50 000 FCFA.
- Cette formule d'avancement prend fin à partir de l'année où la différence entre la valeur limite de 500 000 et le salaire mensuel de l'année est inférieur ou égal à 20 000 ; Le salaire se stabilise alors pour la suite de la carrière.

L'âge de la retraite est fixé à 60 ans.

Monsieur AMBE a été embauché le 1^{er} janvier 2025 à l'âge de 35 ans. Il est soucieux de savoir s'il bénéficiera du salaire maximal possible avant d'atteindre l'âge de la retraite.

Ne sachant comment exploiter les informations précédentes, il a recours à toi.

- 1) Détermine le salaire mensuel de Monsieur AMBE la deuxième et la troisième année d'embauche.
- 2) A travers une production basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation de Monsieur AMBE.