Ministère de l'Education Nationale et de l'Alphabétisation-DRENA de Bouaflé- Examens Régionaux Mars 2024

BACCALAUREAT REGIONAL

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Série D
Durée : 4 Heures
Coef : 4

Cette épreuve contient trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3 /3
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé

EXERCICE 1 (2 points)

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des propositions ci-dessous, suivi de V si la proposition est vraie ou de F si la proposition est fausse.

N⁰	Propositions
1	La fonction logarithme népérien est aussi appelée fonction logarithme de base 1 car $\ln(1) = 0$
2	Si f et h sont deux fonctions numériques et I est un intervalle tel que $\forall\, x \in I, h'(x) = f(x)$ alors f est une primitive de h sur I
3	Soient deux fonctions f et g définies sur un intervalle $[\alpha;\ +\infty[$ et l est nombre réel, si $\forall\, x \in [\alpha;\ +\infty[\,, \lvert f(x) - l\rvert \leq g(x)\ et\ \lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 0\ alors\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = l$
4	La fonction $x \mapsto ln\left(\frac{1}{x}\right)$ est une primitive de la fonction $x \mapsto -\frac{1}{x}$

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations incomplètes du tableau ci-dessous, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule permet d'avoir l'affirmation juste. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation incomplète suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N⁰	Affirmations		Réponses
1	Soit (V_n) une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$ de raison 2 et de 1er terme (-1).Si $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_{n-1}$ alors on a :	A	$S_n = 2^n - 1$
		B	$S_n = 1 - 2^n$
		C	$S_n = 1 - 2^{n+1}$
2	L'ensemble des solutions de l'inéquation (I) : $x \in \mathbb{R}$, $(0,2)^x \leq (0,2)^{-x+2}$ est	A	$[1\ ;+\infty[$
		B	$]-\infty\ ;\ 1[$
		C	$\varnothing$
3	L'inéquation $x \in \mathbb{R}\ ;\ \ln(-x) \leq 1$ a pour solution l'intervalle	A	$]-\infty\ ;-e]$
		B	$[-e\ ;\ 0\ [$
		C	$[-e\ ;\ +\infty[$
4	La forme exponentielle de $1 - i\sqrt{3}$ est	A	$2.e^{-\frac{\pi}{3}i}$
		B	$2.e^{\frac{\pi}{3}i}$
		C	$e^{-\frac{\pi}{3}i}$

EXERCICE 3 (3 points)

1- On considère dans $\mathbb{C}$ le polynome P défini par : $P(z) = iz^3 + (5 - 2i)z^2 - (4 + 9i)z - 9 - 6i$

a) Vérifie que $3i$ est une solution de l'équation : $P(z) = 0$.

b) Détermine les nombres complexes a et b tels que: $\forall Z \in \mathbb{C}$, $P(z) = (z - 3i)(iz^2 + az + b)$

2- a) Calcule $(2 + i)^2$.

b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $iz^2 + (2-2i)z + 2 - 3i = 0$

c) Déduis des questions 1-a) et 2-b) les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation P(z) = 0.

3- Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les points A et B d'affixes respectives $z_A = -1$ et $z_B = 3 + 2i$

a) Détermine z_K l'affixe du point K milieu du segment $[AB]$.

b) On désigne par (Γ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z tels que : $|z - 1 - i| = \sqrt{5}$ Justifie que le point B appartient à (Γ).

c) Détermine (Γ)

EXERCICE 4 (4 points)

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ \forall\, n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{3u_n+2}{u_n+4} \end{cases}$

1- Soit f la fonction définie sur $[0\,;1]$ par : $f(x) = \frac{3x+2}{x+4}$

a) Justifie que *f* est croissante sur $[0\,;1]$.

b) Démontre par récurrence que : $\forall\, n \in \mathbb{N}, u_n \in [0\,;1]$

c) Démontre que (u_n) est convergente.

2- Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = \frac{u_n-1}{u_n+2}$

a) Démontre que (v_n) est une suite géometrique de raison $\frac{2}{5}$ et précise son premier terme.

b) Exprime (v_n) en fonction de n.

c) Démontre que : $u_n = \frac{-\left(\frac{2}{5}\right)^n + 1}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n}$

d) Calcule la limite de (u_n).

EXERCICE 5 (4 points)

On considère la fonction *f* dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $f(x) = \frac{x^2-3}{2}e^{-x}$ et on note (C) la courbe représentative de *f* dans le plan muni du repère orthogonal (O,I,J). Unités graphiques : OI = 2 cm et OJ = 4 cm.

1- a) Calcule la limite de f en $+\infty$ puis interprète graphiquement le résultat.

b) Démontre que (C) admet une branche parabolique en $-\infty$ dont tu préciseras la direction.

2- a) Démontre que : $\forall\, x \in \mathbb{R}, f'(x) = (\frac{3+2x-x^2}{2})e^{-x}$.

b) Etudie le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x et dresse son tableau de variation.

3- a) Etudie la position relative de (C) et l'axe (OI).

b) Représente graphiquement la courbe (C).

4- a) A l'aide d'une intégration par parties, calcule $A = \int_0^1 xe^{-x}dx$.

b) Justifie que : $\forall\, x \in \mathbb{R}, f(x) = -f'(x) + xe^{-x}$.

c) A l'aide de tout ce qui précède, calcule en cm^2 l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (OI) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

EXERCICE 6 (5 points)

A la recherche de ressources financières pour réaliser leurs activités, une association de femmes rurales envisage organiser un jeu. Le comité technique d'organisation du jeu arrête les modalités suivantes :

- Le jeu consistera à tirer au hasard une boule d'une urne contenant des boules rouges, des boules blanches et des boules vertes.
- Si la boule tirée est rouge, le joueur gagne 3200 FCFA ; si elle est blanche, il perd 2400 FCFA ; si elle est verte, il effectue un second tirage avec remise de la première. Si la seconde boule tirée est rouge, il gagne1600 FCFA ; si elle est blanche, il perd 600 FCFA et si elle est verte, il perd 500 FCFA.
- L'urne contiendra 3 boules rouges et 4 boules blanches.
- Cependant, pour le nombre de boules vertes, le comité technique voudrait connaitre le nombre minimal de boules vertes à introduire dans l'urne pour espérer obtenir un jeu qui lui soit favorable.

N'étant pas qualifié pour ces types de calculs, il te sollicite.
En utilisant tes connaissances mathématiques au programme, propose à ce comité une solution argumentée.