BACCALAURÉAT RÉGIONAL
SESSION 2024

Fomesoutra.com ça soutra !

Coefficient : 4
Durée : 4h

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3 , 2/3 et 3/3
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé

EXERCICE 1 (2 points)

Écris sur ta feuille de copie le numéro de chaque proposition du tableau ci-dessous suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si elle est fausse.

N°	PROPOSITIONS
1	a et b sont des nombres réels non nuls. $(0,7)^a < (0,7)^b$ $équivaut$ à $a < b$.
2	Pour tout x élément de $]O;\ +\infty[$, on a : $lnx > 0$.
3	Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur un intervalle $[a\,;b]$ alors f réalise une bijection de $[a\,;b]$ sur $[f(b);f(a)]$.
4	Soit θ un nombre réel, $\sin(\theta) = \frac{1}{2}\ (e^{i\theta} - e^{-i\theta})$.

EXERCICE 2 (2 points)

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de la proposition, suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

Propositions	Réponses	
1. f est une fonction continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$ telle que $f(3)=5$ Si f est dérivable en 3 et $f'(3) = -\frac{2}{5}$, alors	A	f^{-1} est dérivable en 5 et $(f^{-1})'(5) = -\frac{5}{2}$
	B	f^{-1} est dérivable en 3 et $(f^{-1})'(3) = -\frac{5}{2}$
	C	f^{-1} est dérivable en 5 et $(f^{-1})'(5) = \frac{5}{2}$
	D	f^{-1} est dérivable en 3 et $(f^{-1})'(3) = \frac{5}{2}$
2. Si $f\ et\ g$ sont deux fonctions dérivables sur un intervalle $[a\,;b]$ telles que $f'et\ g'$ soient continues sur $[a\,;b]$ alors $\int_a^b f'(x)g(x)dx =$	A	$[f'(x)g'(x)]_a^b - \int_a^b f(x)g'(x)dx$
	B	$[f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f(x)g'(x)dx$
	C	$[f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g'(x)dx$
	D	$[f'(x)g'(x)]_a^b - \int_a^b f(x)g(x)dx$
3. Une primitive sur $]-\infty\,;1[$ de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{2}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2}$ est :	A	$F(x) = -2\ln(1-x) - \frac{3}{x-1}$
	B	$F(x) = 2\ln(1-x) + \frac{3}{x-1}$
	C	$F(x) = 2\ln(1-x) - \frac{3}{x-1}$
	D	$F(x) = -2\ln(1-x) + \frac{3}{x-1}$

Tournez la page S.V.P.

4. Le nombre complexe $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{25}$ est égal à	A	$\frac{1-i}{\sqrt{2}}$
	B	$\frac{-1-i}{\sqrt{2}}$
	C	$\frac{-1+i}{\sqrt{2}}$
	D	$\frac{1+i}{\sqrt{2}}$

EXERCICE 3 (3 points)

On considère la fonction polynôme P définie par : $P(z) = z^3 - z^2 - (1+i)z - 2 + 2i$

1-a) Calcule $(1+2i)^2$

b) Justifie que $P(z) = (z-2)(z^2 + z + 1 - i)$

c) Déduis-en les solutions de l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}$, $P(z) = 0$

2) Dans le plan complexe rapporté a un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $-1 - i$; 2 et i,

a) Place les points A, B et C

b) Démontre que le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle.

EXERCICE 4 (3 points)

Une enquête réalisée dans un lycée sur les congés anticipés a donné les résultats suivants :

- 80% des élèves interrogés sont contre les congés anticipés ;
- Parmi les élèves favorables aux congés anticipés, 10% ont eu la moyenne au premier trimestre ;
- Parmi les élèves qui sont contre les congés anticipés, 90% ont eu la moyenne au premier trimestre.

On choisit au hasard un élève de ce lycée et on considère les évènements suivants :

F : « L'élève est favorable aux congés anticipés » ;

M : « L'élève a eu la moyenne au premier trimestre ».

1- Dresse un arbre de probabilités traduisant cette situation.

2- Justifie que la probabilité que l'élève soit contre les congés anticipés et ait eu la moyenne au premier trimestre est égale à $\frac{18}{25}$.

3- Justifie que la probabilité que l'élève ait eu la moyenne au premier trimestre est égale à $\frac{37}{50}$.

4- On choisit au hasard 8 élèves de ce lycée et on considère la variable aléatoire X prenant pour valeur, le nombre d'élèves ayant eu la moyenne au premier trimestre. On admet que la population de ce lycée est suffisamment grande pour que le choix de 8 élèves soit assimilable à une succession d'expériences indépendantes.

a) Calcule la probabilité qu'il y ait au moins un élève ayant eu la moyenne au premier trimestre.

b) Calcule l'espérance mathématique $E(X)$ de X.

c) Interprète le résultat.

EXERCICE 5 (5 points)

Partie A

On considère la fonction g définie sur $[0;+\infty[$ par : $g(x) = ln(1-x) - \frac{x}{1-x}$.

1- Démontre que g est strictement décroissante sur$]-\infty; 0]$.

2- Justifie que pour tout $x \leq 0$, $g(x) \geq 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = xe^{-\frac{1}{x}} & si\ x > 0 \\ f(x) = xln(1-x) & si\ x \leq 0 \end{cases}$

On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath})$. **Unité graphique : 2 cm.**

1- a) Justifie que f est continue en 0.

b) Démontre que f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$.

2- a) Justifie que : $\begin{cases} f'(x) = \left(1+\frac{1}{x}\right)e^{-\frac{1}{x}} & si\ x > 0 \\ f'(x) = g(x) & si\ x \leq 0 \end{cases}$

b) Déduis-en que pour tout $x \neq 0$, $f'(x) > 0$.

3- a) On admet que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

Interprète graphiquement ces données.

b) Sachant que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, dresse le tableau de variation de f.

4- a) Calcule $\lim\limits_{x\to+\infty} \left[x\left(e^{-\frac{1}{x}} - 1\right)\right]$. (On pourra poser $u = \frac{1}{x}$).

b) Montre que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$ en $+\infty$.

c) En admettant que pour tout $x > 0$, $x\left(e^{-\frac{1}{x}} - 1\right) > -1$, détermine la position de $(\mathcal{C})$ par relativement à (D)

5- Trace la droite (D) et la courbe $(\mathcal{C})$.

EXERCICE 6 (5 points)

Une entreprise achète pour ses activités, un véhicule au coût de 30 000 000 FCFA, Ce véhicule se déprécie de 15 % par an (c'est à dire que le coût du véhicule diminue de 15% chaque année). L'entreprise prévoit remplacer le véhicule dans quelques années en le revendant à l'un de ses employés.

Un employé de cette entreprise désire acquérir ce véhicule pour l'aider à transporter en ville ses produits champêtres en vue de leur commercialisation. Pour cela, il décide de placer dans une structure financière ses économies de 6 000 000 FCFA dans un compte rémunéré au taux de 3% l'an. Il souhaite savoir le nombre minimal d'années de placements de son argent pour que son avoir couvre le prix de vente de ce véhicule. Il te sollicite.

En te servant de tes connaissances en mathématiques, réponds à la préoccupation de cet employé.