

MATHÉMATIQUES SÉRIE A₁

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1 sur 2 et 2 sur 2.

Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.

Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées

EXERCICE 1 : (02 points)

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chacune des affirmations ci-dessous, suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si elle est fausse. **Exemple : 5-VRAI**

1 : Si $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$ alors la droite d'équation $y = 2$ est asymptote horizontale à la courbe représentative de f .

2 : Soit α un nombre réel. $\ln e^\alpha = 1$ équivaut à $\alpha = 1$.

3 : La dérivée de la fonction $x \mapsto e^x$ est la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$.

4 : Pour tous nombres réels a et b , $e^a \times e^b = e^{a+b}$.

EXERCICE 2 (02 points)

Pour chacun des énoncés, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse :

| N° | Enoncés | Réponses | |
|----|--|----------|--|
| 1 | Soit f la fonction dérivable sur $]0; +\infty[$ dont la dérivée f' est telle que $f'(x) = \frac{2-x}{x}$, la fonction f est strictement | A | Croissante sur $]0; 2]$ et sur $[2; +\infty[$ |
| | | B | Décroissante sur $]0; 2]$ puis croissante sur $[2; +\infty[$ |
| | | C | Croissante sur $]0; 2]$ puis décroissante sur $[2; +\infty[$ |
| 2 | Si E et F sont deux événements d'un univers Ω , alors $P(E \cup F) =$ | A | $P(E) + P(F) + P(E \cap F)$ |
| | | B | $P(E) + P(F) - P(E \cap F)$ |
| | | C | $P(E) + P(F)$ |
| 3 | Soit h une fonction définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par $h(x) = x - 2 + e^x$. Une équation de la tangente à la courbe de h en 0 est : | A | $y = 2x - 1$ |
| | | B | $y = 2x + 1$ |
| | | C | $y = -2x + 1$ |
| 4 | L'inéquation (I): $\ln e^{-2x+3} < 0$ a pour ensemble de solution | A | $] -\infty; -\frac{3}{2}[$ |
| | | B | $] -\infty; \frac{3}{2}[$ |
| | | C | $]\frac{3}{2}; +\infty[$ |

Exercice 3 (4,5 points)

Le tableau ci – dessous donne sur six années consécutives, le nombre total x_i (en centaines) de touristes et la recette annuelle y_i générée (en dizaine de millions de francs CFA) dans la région de San Pedro.

| | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|----|
| Nombre de touristes x_i (en centaines) | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 |
| Recette y_i (en dizaine de millions de francs CFA) | 1 | 3 | 5 | 8 | 9 | 10 |

- Représente le nuage de points associé à cette série statistique dans un repère orthogonal (O, I, J)
 - 1 cm sur l'axe des abscisses pour 100 touristes
 - 1 cm sur l'axe des ordonnées pour 10 millions de francs CFA
- Détermine les coordonnées du point moyen G du nuage de points de cette série statistique.
 - Place le point G dans le repère (O, I, J) .
- Calcule la covariance $COV(X, Y)$.
 - Calcule la variance de X .
 - Démontre qu'une équation de la droite de régression (D) de y en x par la méthode des moindres carrés est $y = 1,5 x$.
 - Détermine algébriquement une estimation de la recette si mille touristes visitent la région.

EXERCICE 4 : (6,5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Unité graphique : 2cm

On considère la fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = \frac{2e^x + x - 4}{2}$

On note (C) la courbe représentative de f dans le repère (O, I, J)

- Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$
- Justifier que la fonction f est strictement croissante sur \mathbb{R} et dresser son tableau de variation.
- Démontrer que l'équation : $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]0 ; 1[$.
 - Donner un encadrement de α d'amplitude 0,1.
- On rappelle que la droite (D) d'équation $y = \frac{x}{2} - 2$, est asymptote à (C) en $-\infty$.
Etudier la position de (C) par rapport à la droite (D) .
- Tracer (D) , (T) et (C) sur l'intervalle $] - \infty ; 1,5[$ dans le même repère (O, I, J) .
- Calcule l'aire de la partie du plan délimitée par (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = \frac{1}{2}$ et $x = 1$.

EXERCICE 5 (5 points)

Les résultats seront donnés sous la forme de fractions irréductibles

Dans une vitrine d'une bijouterie, sont exposés onze bracelets, quatre colliers, deux montres et une bague. A la faveur de la nuit, un voleur a cassé la vitrine. Surpris par un passant, le voleur s'enfuit en emportant seulement trois bijoux pris simultanément et au hasard. On suppose que tous les bijoux ont la même probabilité d'être pris par le voleur.

Le passant affirme qu'il est plus probable que le voleur ait emporté trois bijoux de même nature.

En utilisant les outils mathématiques au programme, vérifie l'affirmation de ce passant.