BAC – JE TESTE MON NIVEAU
SESSION AVRIL 2025

Durée : 04 heures
Coefficient : 4

MATHEMATIQUES – SERIE D

EXERCICE 1 (2 points)

Soit f une fonction numérique définie et deux (2) fois dérivable sur un intervalle contenant un nombre réel x_0. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J). a et b sont deux nombres réels tels que : $a<b$.

On note f' et f'' les dérivées première et seconde respectives de f

Ecris , sur ta copie, le numéro de chaque proposition suivi de Vrai si la proposition est vraie ou de Faux si la proposition est fausse .

N°	Enoncé
1	Si $f''(x_0)\neq 0$, alors (C) admet un point d'inflexion au point d'abscisse x_0.
2	Si f est négative sur l'intervalle $[a;b]$, alors l'aire (en unité d'aire) de la partie du plan limitée par (C), la droite (OI) et les droites d'équations respectives $x=a$ et $x=b$ est : $-\int_a^b f(t)dt$
3	Si $\forall x\in[a;b]$, $\lvert f'(x)\rvert\leq m$, alors $\lvert f(a)-f(b)\rvert\leq m(a-b)$, $(m\in\mathbb{R})$
4	Les solutions de l'équation différentielle $f''+\omega^2 f=0$ $(\omega\in\mathbb{R})$ sont de la forme : $x\mapsto Ae^{wx}+Be^{-wx}$ $(A\in\mathbb{R},B\in\mathbb{R})$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés ci-dessous, les informations des colonnes A,B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Enoncés	A	B	C
1	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x\mapsto e^{-2x+5}$ est...	$x\mapsto -2e^{-2x+5}$	$x\mapsto \frac{1}{2}e^{-2x+5}$	$x\mapsto -\frac{1}{2}e^{-2x+5}$
2	Les solutions de l'équation différentielle $y''-4y=0$ sont de la forme...	$x\mapsto ke^{2x}+k'e^{-2x}$ $(k,k')\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	$x\mapsto k\cos(2x)+k'\sin(2x)$ $(k,k')\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	$x\mapsto ke^{4x}+k'e^{-4x}$ $(k,k')\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$
3	$\lim\limits_{x\to+\infty}(x-e^x)$ est égale à...	$-\infty$	$+\infty$	0
4	La forme exponentielle du nombre complexe $-1+i$ est ...	$2e^{i\frac{\pi}{4}}$	$\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$	$\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$

EXERCICE 3 (3 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

A, B, C, D et I sont les points du plan complexe d'affixes respectives : $-\sqrt{2}; 1+i; 1-i; 3+i$ et 1.

1. Justifie que le triangle ABC est isocèle en A.
2. Soit S la similitude directe du plan d'écriture complexe : $z'=(1+i)z+1-3i$.

a) Justifie que : $S(D)=D$ et $S(B)=C$.

b) Détermine les éléments caractéristiques de S.

c) Détermine l'image (C') du cercle (C) de diamètre [BD] par S.

EXERCICE 4

On considère la suite numérique u définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 3}{u_n} \end{cases}$.

1)Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x+3}{x}$ et la représentation graphique (C) est donnée en annexe.

a)Représenter sur l'axe (OI) les termes u_0 , u_1 , u_2 , u_3 et u_4 de la suite u à l'aide de la courbe (C) et de la droite (D) d'équation $y = x$.

b)Que peut-on conjecturer quant à la convergence de la suite u ?

2-a)Démontrer que $f([1;5]) \subset [1;5]$.

b)En déduire au moyen d'un raisonnement par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N},\ 1 < u_n < 5$.

3)Soit v la suite numérique définie par : $\forall n \in \mathbb{N},\ v_n = \dfrac{u_n - 3}{u_n + 1}$.

a)Démontrer que v est une suite géométrique de raison $-\dfrac{1}{3}$.

b)En déduire que $\forall n \in \mathbb{N},\ v_n = (-1)^{n+1}\left(\dfrac{1}{3^n}\right)$.

4-a)Exprimer u_n en fonction de v_n , puis en fonction de n .

b) En déduire la limite de la suite u .

EXERCICE 5

Les parties A et B sont indépendantes.

PARTIE A

On se propose de chercher les fonctions dérivables $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ solutions de l'équation différentielle $(E) : f'(x) + 2f(x) = 2x - 1$

1) Démontrer que la fonction g définie par $g(x) = x - 1$ est solution de (E).

2) Soit (E') l'équation différentielle $f'(x) + 2f(x) = 0$.

a)Résoudre (E').

b)Soit k un nombre réel .Démontrer que les fonctions $f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ telles que : $f_k = ke^{-2x} + x - 1$ sont solutions de (E).

3-a)Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$. Démontrer que si f est solution de (E) , alors $f - g$ est solution de (E').

b) En déduire les solutions de (E).

PARTIE B

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{-2x} + x - 1$. Soit (C) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé (O,I,J). *Unité graphique 3cm.*

1-a)Déterminer la limite de f en $-\infty$.

b)Déterminer la limite lorsque x tend vers $-\infty$ de $\dfrac{f(x)}{x}$.

c)Interpréter graphiquement les résultats précédents.

2-a)Déterminer la limite de f en $+\infty$.

b) Démontrer que la droite (D) d'équations $y = x - 1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.

c)Etudier la position de (C) par rapport à (D).

3-a)Pour tout nombre réel x , calculer $f'(x)$.

b)Etudier le sens de variation de f.

c)Dresser le tableau de variation de f.

4-a)Démontrer que l'équation : $x \in \left[\frac{\ln 2}{2};+\infty\right]$, $f(x) = 0$ admet une solution unique α.

b)Démontrer que α appartient à l'intervalle $]0,79;0,8[$.

c)Construire (D) et (C).

5)Soit t un nombre réel supérieur à α.

a)Calculer l'aire $A(t)$ de la partie du plan du plan délimitée par la courbe (C) , la droite (D) et les droites d'équations $x = t$ et $x = \alpha$.

b) Exprimer la limite lorsque t tend vers $+\infty$ de $A(t)$ en fonction de α.

EXERCICE 6 :

Le tableau ci-dessous donne le nombre total d'adhérents au club de mathématique en 2018.

Mois x_i de ~~janvier~~ 2018 l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre d'adhérents y_i	1100	1160	1220	1370	1620	1550	1600	1500	1790	1940	2060	1980

Une fondation veut octroyer une aide financière au club si le nombre d'adhérents dépasse 3.000 élèves. Les élèves veulent déterminer quand ils pourront recevoir ce don.

Faisant partie de ce club, tu es sollicité par tes camarades pour déterminer la période (mois et l'année) à laquelle le club pourrait recevoir ce don.

Exploite le tableau ci-dessus pour répondre à la préoccupation des membres du club.