

BACCALAURÉAT BLANC
AVRIL 2025

SÉRIE D – Coefficient 4
Durée : 4 h

CORRIGE DE MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 (2 points)

1. VRAI ; 2. FAUX ; 3. FAUX ; 4. VRAI 0,5 × 4

EXERCICE 2 (2 points)

1. B ; 2. C ; 3. A ; 4. D 0,5 × 4

EXERCICE 3 (3,5 points)

1- a) $P(2i) = 0$ 0,25

b) Pour tout nombre complexe z , $P(z) = (z - 2i)(z^2 + (-5 + i)z + 8 - 4i)$,
d'où $b = -5 + i$ et $c = 8 - 4i$ 0,25 × 2

c) $z^2 + (-5 + i)z + 8 - 4i = 0$.
On a : $\Delta = -8 + 6i$ 0,25

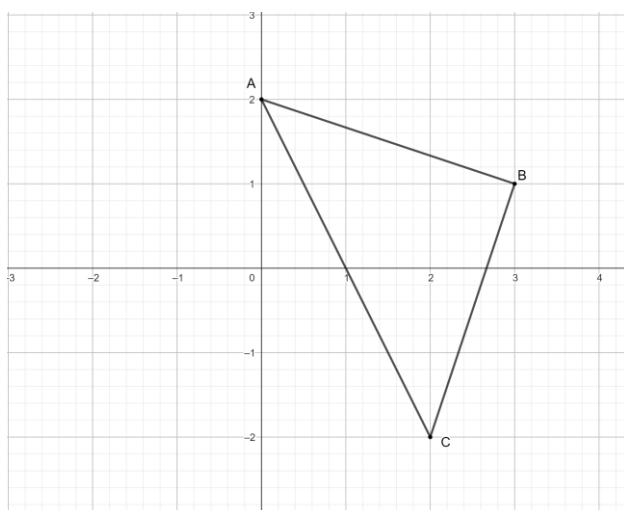
Les racines carrées de Δ sont : $1 + 3i$ et $-1 - 3i$ 0,25

d'où : $z = 3 + i$ ou $z = 2 - 2i$ 0,25 × 2

d) $S_C = \{2i ; 3 + i ; 2 - 2i\}$ 0,25

2-

a)



..... 0,25 × 3

b) $\frac{z_B - z_A}{z_B - z_C} = -i$ 0,5

Donc le triangle ABC est rectangle et isocèle en B 0,25

EXERCICE 4 (4 points)

1. a) $\forall x \in I, g'(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} e^{\frac{x}{2}}$ 0,25

donc $\forall x \in I, g'(x) < 0$ 0,25

d'où g est strictement décroissante sur I 0,25

b) Montrons que $g(I) \subset I$
 $g\left[-\frac{2}{e}; -1\right] = \left[-\left(1 + \sqrt{\frac{2}{e}}\right); -\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{e}\right)\right] \subset \left[-\frac{2}{e}; -1\right]$ 0,5
 donc $\forall x \in I; g(x) \in I; g(I) \subset I$

c)

$\bullet -2 < x < -1$
 $-2 < \frac{x}{2} < -\frac{1}{2}$
 $e^{-2} < e^{\frac{x}{2}} < e^{-\frac{1}{2}}$
 $-\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-1} < -\frac{\sqrt{2}}{2} e^{\frac{x}{2}} < -\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-\frac{1}{2}}$ 0,5
 $-\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-1} < g'(x) < -\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-\frac{1}{2}}$ donc $|g'(x)| < \sqrt{\frac{2}{e}} \cdot \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$
 $|g'(x)| < \frac{1}{2}$

2. a)

$\bullet U_0 = -2$, or $-2 \in I$ donc $U_0 \in I$

\bullet Supposons qu'il existe un entier $k \geq 0$ tel que $U_k \in I$ et démontrons que $U_{k+1} \in I$.

On a : $-2 \leq U_k \leq -1$

$g(-1) \leq g(U_k) \leq g(-2)$ car g est strictement décroissante sur I

or $-2 \leq g(-1)$ et $g(-2) \leq -1$

car $g(-1) = -\left(1 + \sqrt{\frac{2}{e}}\right)$ et $g(-2) = -\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{e}\right)$

donc $-2 \leq U_{k+1} \leq -1$

\bullet Ainsi : $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \in I$.

..... 0,5

b) On a : $|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$; U_n et α appartiennent à I .
 d'où $|g(U_n) - g(\alpha)| \leq \frac{1}{2} |U_n - \alpha|$
 or $g(U_n) = U_{n+1}$ et $g(\alpha) = \alpha$
 donc $\forall n \in \mathbb{N}, |U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2} |U_n - \alpha|$.

..... 0,5

c) On a par itération :

$|U_n - \alpha| \leq \frac{1}{2} |U_{n-1} - \alpha|$
 $|U_{n-1} - \alpha| \leq \frac{1}{2} |U_{n-2} - \alpha|$

 $|U_1 - \alpha| \leq \frac{1}{2} |U_0 - \alpha|$

Multiplication membre à membre

..... 0,5

$$|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |U_0 - \alpha|$$

Or $|U_0 - \alpha| \leq 1$

Donc : $\forall n \in \mathbb{N}, |U_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$

d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} (U_n) = \alpha$
 Donc la suite (U_n) converge vers α .

..... 0,25

e) U_n est une valeur approchée de α à 10^{-3} près si et seulement si $|U_n - \alpha| \leq 10^{-3}$

Pour cela, il suffit que : $\left(\frac{1}{2}\right)^n \leq 10^{-3}$

Soit $n \geq \frac{3 \ln 10}{\ln 2}$

$n \geq 9,96$

..... 0,5

Le plus petit entier est donc $p = 10$

EXERCICE 5 (3,5 points)

1. a) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$ 0,25 x 2

donc f est continue en 0. 0,25

b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \ln(-x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = +\infty$ 0,25 × 2

f n'est pas dérivable en 0 0,25

(C) admet au point $A(0; 1)$ une tangente verticale. 0,25

2. a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ 0,25 × 2

b) (C) admet une branche parabolique de direction celle de (OJ) en $+\infty$ 0,25

3. a) Pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = -2(\ln(x) + 1)$ 0,25

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}$

x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
$\ln(x)+1$	-	0	+
$f'(x)$	+	0	-

$\forall x \in]0; \frac{1}{e}[$, $f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante sur $]0; 1[$.

$\forall x \in]\frac{1}{e}; +\infty[$, $f'(x) < 0$ donc f est strictement décroissante sur $]\frac{1}{e}; +\infty[$.

..... 0,5

Tableau de variations

x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	1	$\frac{2+e}{e}$	$-\infty$

..... 0,25

EXERCICE 6 (5 points)

Critères	Indicateurs de performance	Barèmes de notation
CM1 Pertinence	<ul style="list-style-type: none"> - Pour vérifier l'information donnée par le directeur Je vais utiliser des notions de la leçon : probabilité conditionnelle et variable aléatoire. Pour cela je vais : - Calculer la probabilité qu'il ait erreur lors du contrôle - Comparer cette probabilité à 0,02 (2%) 	<p>0,75 point</p> <p>1 ind sur 3 → 0,5 À partir de 2 ind sur 3 → 0,75</p> <p>Règle des 2/3</p> $\left(\frac{2}{3}\right) \times 3 = 2$
CM2 Utilisation correcte des outils mathématiques	<ul style="list-style-type: none"> - Présence d'événements. - Arbre pondéré correct. - Présence du calcul de la probabilité qu'il ait erreur. - Comparaison de cette probabilité au nombre 0,02 	<p>2,5 points</p> <p>1 ind sur 4 → 1 2 ind sur 4 → 1,5 À partir de 3 ind sur 4 → 2,5</p> <p>Règle des 2/3</p> $\left(\frac{2}{3}\right) \times 4 = 2,66 \text{ arrondi à } 3$
CM3 Cohérence des réponses	<ul style="list-style-type: none"> - Le résultat produit est conforme au résultat attendu (<i>la probabilité qu'il ait erreur lors du contrôle est 0,0315</i>). - Le résultat produit est en adéquation avec la démarche (<i>Formules justes même si le modèle est faux</i>) - La qualité des enchainements de la démarche - La conclusion (<i>Comme 0,0315 > 0,02 alors l'information donnée par le directeur n'est pas correcte</i>) 	<p>1,25 points</p> <p>1 ind sur 4 → 0,5 2 ind sur 4 → 1 À partir de 3 ind sur 4 → 1,25</p> <p>Règle des 2/3</p> $\left(\frac{2}{3}\right) \times 4 = 2,66 \text{ arrondi à } 3$
CP : critère de perfectionnement	<ul style="list-style-type: none"> - Propreté de la production (<i>Présence des titres des étapes, pas de rature et de surcharge</i>) - Démarche correcte non classique au-delà de la production attendue - Production juste en peu de mots (<i>esprit de synthèse</i>) 	<p>0,5 point</p> <p>1 ind sur 3 → 0,25 À partir de 2 ind sur 3 → 0,5</p> <p>Règle des 2/3</p> $\left(\frac{2}{3}\right) \times 3 = 2$