BACCALAUREAT BLANC **Coefficient : 5**
SESSION : FEVRIER 2025 **Durée : 4h**

MATHÉMATIQUES

SERIE : C

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3.
Tout modèle de calculatrice scientifique non graphique est autorisé.

EXERCICE 1 (02 points)

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de chaque proposition du tableau ci-dessous suivi de VRAI si la proposition est vraie ou de FAUX si la proposition est fausse.

N°	Propositions
1	Si f est une fonction numérique définie et dérivable sue l'intervalle $[1;\pi]$ telle que : $\forall x \in [1;\pi], 0 \leq f'(x) \leq 1$ alors $f(1) - f(\pi) \leq 1 - \pi$.
2	Pour tout entier naturel n, le nombre $3^{n+3} - 4^{2n+2}$ est divisible par 11
3	Le nombre complexe $\cos\left(\frac{5\pi}{9}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{9}\right)$ est une solution de l'équation : $z \in \mathbb{C}, z^9 + 1 = 0$.
4	Si (Δ) est une droite de l'espace de vecteur directeur $\vec{u}(-2;-3;1)$et (P) est un plan d'équation cartésienne $-x + y + z - 2 = 0$, alors (Δ) et (P) sont parallèles.

EXERCICE 2 (02 points)

Pour chacune des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des lignes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule vraie. Sur ta feuille de copie, écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la ligne qui donne une affirmation vraie.

N°	Enoncés	Informations	
1	Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$, (Γ) est l'ensemble des points $M(x;y)$ vérifiant $-4x^2 + 9y^2 + 8x + 18y - 31 = 0$, alors (Γ) est …	**A**	Une parabole
		B	Un cercle
		C	Une ellipse
		D	Une hyperbole
2	Si f est une fonction numérique continue et strictement croissante sur P telle que : $f(2) = \frac{-1}{3}$ et $f'(2) = 7$, alors $(f^{-1})'\left(-\frac{1}{3}\right)$ est égal à …	**A**	$-\frac{1}{7}$
		B	$\frac{1}{7}$
		C	$-\frac{1}{2}$
		D	$\frac{1}{2}$.
3	Tout diviseur commun de $3n - 5$ et $4n$ $(n \in \mathbb{Z})$ divise….	**A**	n
		B	**5**
		C	12
		D	20
4	z est un nombre complexe non nul, $\lvert z - i\rvert$ est égal à	**A**	$\lvert z\rvert + 1$
		B	$\lvert i\bar{z} - 1\rvert$
		C	$\lvert z - 1\rvert$
		D	$\sqrt{\lvert z\rvert^2 + 1}$

EXERCICE 3 **(02,5 points)**

Les élèves de la classe Terminale C du Lycée Moderne de M'Bahiakro, veulent organiser une fête prévue à la fin de l'année scolaire. Pour cela ils fixent le montant des cotisations de la fête à 9 00 fcfa pour des élèves ayant dix-sept (17) ans et plus et 7 00 fcfa pour les élèves ayant moins de dix-sept (17) ans.
Le parrain de cette fête désire offrir des polos aux élèves ayant dix-sept (17) ans et plus et des tee-shirts aux élèves ayant moins de dix-sept (17) ans.
Malheureusement, il ne connait pas le nombre d'élèves ayant dix-sept (17) ans et plus et le nombre d'élèves ayant moins de dix-sept (17) ans, puis il sait également que les cotisations mensuelles de tous les membres de la promotion s'élèvent à 200 000 fcfa et que le nombre d'élèves ayant dix-sept (17) ans et plus est supérieur au nombre d'élèves ayant moins de dix-sept (17) ans.

1. On considère l'équation $(E): (x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, 9x + 7y = 1$.
   a) Justifie que le couple $(4;\ -5)$ est une solution particulière de (E).
   b) Résous l'équation (E).
2. Résous l'équation $(E'): (x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, 9x + 7y = 200$.
3. Déduis-en le nombre d'élèves ayant dix-sept (17) ans et plus et le nombre d'élèves ayant moins de dix-sept (17) ans de cette classe.

EXERCICE 4 **(03,5 points)**

1.On considère l'équation $(E): z \in \mathbb{C},\ z^3 + (-1 + 2i)z^2 - (1 + 2i)z - 3 + 4i = 0$.

a. Calcule $(3 + i)^2$.

b. On pose : $P(z) = z^3 + (-1 + 2i)z^2 - (1 + 2i)z - 3 + 4i$.

Justifie que i est une racine de $P(z)$.

c. Démontre que pour tout nombre complexe $z, P(z) = (z - i)[z^2 + (-1 + 3i)z - 4 - 3i]$.

d. Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^2 + (-1 + 3i)z - 4 - 3i = 0$ et déduis-en les solutions de (E).

2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ d'unité graphique 2 cm.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $i\ ;\ -1 - 2i\ et\ 2 - i$.

a. Place les points A, B et C dans le repère $(O;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v}\ )$.
b. Démontre que le triangle ABC est isocèle en B.
c. Justifie que le point O est le barycentre des points pondérés : $(A, 5)$; $(B, 2)$ et $(C, 1)$.
d. Détermine et construis l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $5MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = 52$.

EXERCICE 5 **(05 points)**

Pour tout entier naturel non nul n, on désigne par f_n la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f_n(x) = \frac{x+1}{1+ne^{-x-1}}$.
On note (C_n) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$.

1. a) Calcule la limite de f_n en $-\infty$ puis interprète graphiquement le résultat.
   b) Calcule la limite de f_n en $+\infty$.
   c) Montre que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à en $+\infty$.
   d) Etudie la position relative de (C_n) par rapport à la droite (D).

2.On considère la fonction g_n définie sur $\mathbb{R}$ par $g_n(x) = n(x+2) + e^{x+1}$. On suppose qu'il existe un nombre réel α_n solution unique de l'équation $g_n(x) = 0$ tel que $-3 < \alpha_n < -2$ et que :

$$\begin{cases} \forall\, x \in \left]-\infty; \alpha_n\right[, g_n(x) < 0 \\ \forall\, x \in \left]\alpha_n; +\infty\right[, g_n(x) > 0 \end{cases}$$

a) Démontre que : $\forall\, x \in \mathbb{R}$, $f_n{}'(x) = \frac{e^{-x-1}[g_n(x)]}{(1+ne^{-x-1})^2}$.

b) Démontre que : $\forall\, n \in \mathbb{N}^*, f_n(\alpha_n) = \alpha_n + 2$.

c) En déduis les variations de f_n puis dresse son tableau de variation.

3. a) Prouve que : $f_{n+1}(x) - f_n(x) = \frac{(-x-1)e^{-x-1}}{[1+(n+1)e^{-x-1}](1+ne^{-x-1})}$

b) En déduis la position relative des courbes (C_{n+1}) et (C_n).

Construis sur le même repère les courbes (C_1) et (C_2) on prendra $\alpha_1 = -2{,}25$ et $\alpha_2 = -2{,}15$.

EXERCICE 6 **(05 points)**

Les élèves d'une classe de Terminale D d'un lycée de la DRENA de Daoukro se rendent à l'ASECNA de Bouaké qui est une agence s'occupant de la sécurité aéroportuaire. L'un des membres de la tour de contrôle informe ceux-ci qu'il a la charge de surveiller deux itinéraires aériens supposés rectilignes et représentés par deux de l'espace (D_1) et (D_2) et dont les représentations paramétriques respectives dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sont

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 + k \\ z = -2k \end{cases}, \ k \in P \text{ et } \begin{cases} x = 2t \\ y = 2 - 4t \\ z = 2 - 2t \end{cases}, \ t \in P:$$

Le responsable de la tour affirme que deux avions volant simultanément sur ces deux itinéraires aériens ne peuvent entrer en collision

De retour en classe, les cherchent à vérifier l'affirmation du responsable. N'y arrivant pas ils te sollicitent.

A partir d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à leur préoccupation.