

MATHEMATIQUES BAC SÉRIE C : CORRIGE ET BAREME

Exercice 1 (2 points)

| Items | Réponses attendues | Répartition des points |
|-------|--------------------|------------------------|
| 2 pts | 1 – FAUX           | 0,50                   |
|       | 2 – VRAI           | 0,50                   |
|       | 3 – FAUX           | 0,50                   |
|       | 4 – VRAI           | 0,50                   |

Exercice 2 (2 points)

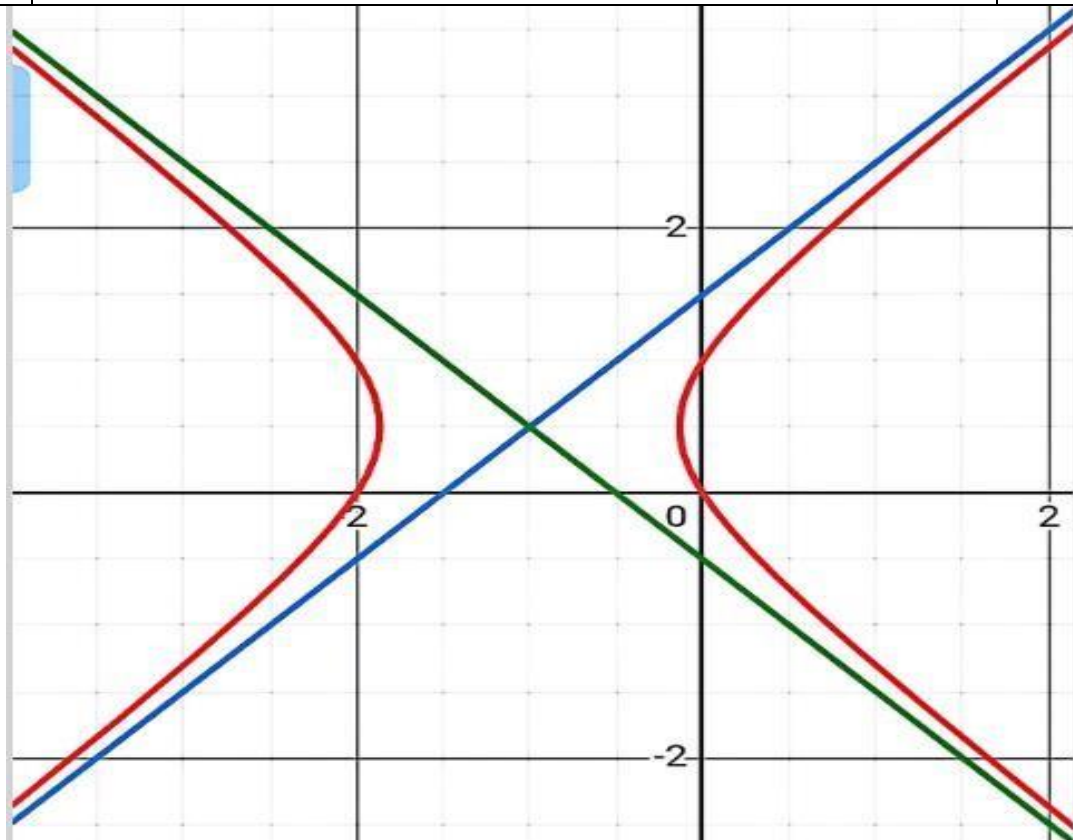
| Items | Réponses attendues | Répartition des points       |
|-------|--------------------|------------------------------|
| 2 Pts | 1- A               | 0,50<br>0,50<br>0,50<br>0,50 |
|       | 2- A               |                              |
|       | 3- A               |                              |
|       | 4- A               |                              |

Exercice 3 (3 points)

| Items           | Réponses attendues   | Répartition des points |
|-----------------|--|------------------------|
| 1)<br>0,25pt    | $A \rightarrow B \rightarrow$ a pour coordonnées (3, 1,1) et $A \rightarrow C \rightarrow$ a pour coordonnées (2, -1, -5)<br>comme $\frac{X_{A \rightarrow B \rightarrow} - Y_{A \rightarrow B \rightarrow}}{X_{A \rightarrow C \rightarrow} - Y_{A \rightarrow C \rightarrow}} \neq \frac{X_{A \rightarrow B \rightarrow} - Y_{A \rightarrow C \rightarrow}}{X_{A \rightarrow C \rightarrow} - Y_{A \rightarrow C \rightarrow}}$ alors $A \rightarrow B \rightarrow$ et $A \rightarrow C \rightarrow$ ne sont pas colinéaires ; par conséquent, les points A, B et C ne sont pas alignés et ils définissent un plan unique. | 0,25                   |
| 2.a)<br>0,50pt  | Soit $\vec{n}$ le vecteur normal cherché de coordonnées (a, b, c).<br>$\begin{cases} \vec{n} \cdot A \rightarrow B \rightarrow = 0 \\ \vec{n} \cdot A \rightarrow C \rightarrow = 0 \end{cases}$ se traduit par $\begin{cases} 3a + b + c = 0 \\ 2a - b - 6c = 0 \end{cases}$<br>Prenons $c = 1$ , on a $\begin{cases} 3a + b = -1 \\ 2a - b = 6 \end{cases}$ soit $\begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$<br>Les coordonnées de $\vec{n}$ sont donc (1, -4,1).  | 0,25<br>0,25           |
| 2.b)<br>0,25pt  | Une équation catésienne du plan (ABC) est de la forme $x - 4y + z + d = 0$ . $A(1; 1; 4) \in (ABC)$ donc $d = -1$ .<br>Le plan (ABC) a pour équation : $(x; y; z) \in \mathbb{R}^3, x - 4y + z - 1 = 0$  | 0,25                   |
| 3)<br>0,50 pt   | On a $\vec{u} \cdot \vec{n} = 1 - 4 + 3 = 0$<br>$\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$ donc $(\Delta)$ est parallèle au plan (ABC).   | 0,25<br>0,25           |
| 4.a)<br>0,5 pt  | Equation paramétrée de $(\mathcal{H})$ : $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = -4t + 9, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$   | 0,50                   |
| 4.b)<br>0,50pt  | $M((x, y, z) \in (\mathcal{H}) \cap (\mathcal{P})$ implique $\begin{cases} x - 4y + z - 1 = 0 \\ t + 1 - 4(-4t + 9) + t + 1 = 0 \\ t = 2 \end{cases}$<br>$(x; y; z) = (3; 1; 2)$   | 0,50                   |
| 4.c)<br>0,50 pt | $\Omega \rightarrow H \rightarrow (2; -8; 2)$ donc $\Omega H = \sqrt{2^2 + (-8)^2 + 2^2}$ soit $\Omega H = 6\sqrt{2}$<br>On peut aussi utiliser $d(\Omega, \mathcal{P})$ .   | 0,5                    |

**Exercice 4 (3 points)**

| Items           | Réponses attendues  | Répartition des points |
|-----------------|---|------------------------|
| 1.a)<br>0,25 pt | $\Delta = [-(2u - i\bar{u})]^2 - 4(-2iu\bar{u})$<br>$\Delta = (2u + i\bar{u})^2$  |                        |
| 1.b)<br>0,5 pt  | $z_1 = -i\bar{u}$ et $z_2 = 2u$<br>$S_{\mathbb{C}} = \{-i\bar{u}; 2u\}$   | 0,25x2 = 0,50          |
| 2.a)<br>0,75 pt | Pour tous points A, M <sub>1</sub> et M <sub>2</sub> distincts deux à deux ,<br>A, M <sub>1</sub> et M <sub>2</sub> sont alignés si et seulement si $\frac{z_{M_1} - z_A}{z_{M_2} - z_B} \in \mathbb{R}^*$<br>C'est-à-dire $\frac{-i\bar{u} - 2i}{2u - 2i} \in \mathbb{R}^*$<br>On pose $u)x + iy$ et $z = \frac{-iu - 2i}{2u - 2i}$<br>$z \in \mathbb{R}$ si et seulement si $Im(z) = 0$   | 0,25<br>0,25<br>0,25   |
| 2.b)<br>0,25 pt | $M(x, y) \in (H)$ si et seulement si $\frac{(x+1)^2}{\frac{3}{4}} - \frac{(y-1)^2}{\frac{3}{4}} = 1$<br>(H) est une hyperbole de centre $\Omega(-1; \frac{1}{2})$ .   | 0,25                   |
| 2.c)<br>0,5pt   | Dans le repère $(\Omega; e_1^{\rightarrow}; e_2^{\rightarrow})$ , les sommets $F(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0)$ et $E(-\frac{\sqrt{3}}{2}; 0)$<br>Les asymptotes : $(\Delta)$ d'équation $Y = X$ et $(\Delta')$ d'équation $Y = -X$<br>Dans le repère $(O; e_1^{\rightarrow}; e_2^{\rightarrow})$ , les sommets $F(\frac{\sqrt{3}-1}{2}; \frac{1}{2})$ et $E(-\frac{\sqrt{3}-1}{2}; \frac{1}{2})$<br>Les asymptotes : $(\Delta)$ d'équation $y = x + \frac{3}{2}$ et $(\Delta')$ d'équation $y = -x - \frac{1}{2}$ | 0,50                   |
| 3.a)<br>0,25pt  | Vérification de $O \in H$   | 0,25                   |
| 3.b)<br>0,5pt   | Construction  | 0,5                    |



**Exercice 5 (5 points)**

| Items                                   | Réponses attendues  | points                             |           |     |           |           |   |   |   |     |           |     |           |           |   |   |   |          |    |          |           |  |
|---|---|------------------------------------|-----------|-----|-----------|-----------|---|---|---|-----|-----------|-----|-----------|-----------|---|---|---|----------|----|----------|-----------|--|
| <p><b>1.a)</b><br/><b>0,50 pts</b></p>  | <p><math>g_n(x) = (n - 1)e^{nx} - ne^{(n-1)x} - 1, \quad n \in \mathbb{N} \text{ et } n \geq 2</math></p> <p><math>n \in \mathbb{N} \text{ et } n \geq 2</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{nx} = 0</math> et <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{(n-1)x} = 0</math> donc <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} g_n(x) = -1</math></li> <li>Comme <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} g_n(x) = -1</math> alors la droite d'équation <math>y = -1</math> est asymptote horizontale à <math>(C_n)</math> en <math>-\infty</math></li> </ul>  | <p><b>0,25</b><br/><b>0,25</b></p> |           |     |           |           |   |   |   |     |           |     |           |           |   |   |   |          |    |          |           |  |
| <p><b>1.b)</b><br/><b>0,25 pt</b></p>   | <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} g_n(x)</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} g_n(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} ((n - 1)e^{nx} - ne^{(n-1)x} - 1)</math></p> <p>Donc <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} g_n(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} ((n - 1)e^x - n)e^{(n-1)x} - 1 = +\infty</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (n - 1)e^x - n = +\infty</math></p> <p>Car <math>\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{(n-1)x} = +\infty, \quad (n \geq 2) \end{array} \right.</math></p> <p>Donc <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} g_n(x) = +\infty</math></p>  | <p><b>0,25</b></p>                 |           |     |           |           |   |   |   |     |           |     |           |           |   |   |   |          |    |          |           |  |
| <p><b>2 a.)</b><br/><b>0,25 pts</b></p> | <p><math>\forall x \in \mathbb{R} \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2, \quad g'_n(x) = n(n - 1)(e^x - 1)e^{(n-1)x}</math></p>  | <p><b>0,25</b></p>                 |           |     |           |           |   |   |   |     |           |     |           |           |   |   |   |          |    |          |           |  |
| <p><b>2.b.)</b><br/><b>0,75pts</b></p>  | <p><b>Variations de <math>g_n</math></b></p> <table border="1" data-bbox="256 1048 1163 1252"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>e^x - 1</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\forall x \in \mathbb{R} \text{ et } \forall n \in \mathbb{N} \text{ et } n \geq 2 \text{ et } \forall x \in ]-\infty; 0[, \quad g'_n(x) &lt; 0</math> donc <math>g_n</math> est strictement décroissante sur <math>]-\infty; 0[</math></li> <li><math>\forall x \in \mathbb{R} \text{ et } \forall n \in \mathbb{N} \text{ et } n \geq 2 \text{ et } \forall x \in ]0; +\infty[, \quad g'_n(x) &gt; 0</math> donc <math>g_n</math> est strictement croissante sur <math>]0; +\infty[</math></li> </ul> <p><b>Tableau de variation</b></p> <table border="1" data-bbox="256 1541 1058 1895"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g'_n(x)</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>g_n(x)</math></td> <td>-1</td> <td><math>g_n(0)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"><math>g_n(0) = -2</math></p> | $x$                                | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ | $e^x - 1$ | - | 0 | + | $x$ | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ | $g'_n(x)$ | - | 0 | + | $g_n(x)$ | -1 | $g_n(0)$ | $+\infty$ | <p><b>0,25</b><br/><b>0,25</b><br/><b>0,25</b></p> |
| $x$                                     | $-\infty$   | $0$                                | $+\infty$ |     |           |           |   |   |   |     |           |     |           |           |   |   |   |          |    |          |           |  |
| $e^x - 1$                               | -   | 0                                  | +         |     |           |           |   |   |   |     |           |     |           |           |   |   |   |          |    |          |           |  |
| $x$                                     | $-\infty$   | $0$                                | $+\infty$ |     |           |           |   |   |   |     |           |     |           |           |   |   |   |          |    |          |           |  |
| $g'_n(x)$                               | -   | 0                                  | +         |     |           |           |   |   |   |     |           |     |           |           |   |   |   |          |    |          |           |  |
| $g_n(x)$                                | -1  | $g_n(0)$                           | $+\infty$ |     |           |           |   |   |   |     |           |     |           |           |   |   |   |          |    |          |           |  |

|                   |  |                                      |
|-------------------|--|--------------------------------------|
| 2. c)<br>0,50pts  | <b>Equations</b><br>(E): $g_n(x) = 0$ admet une unique solution $a_n \in ]0 ; + \infty [$  | 0,50                                 |
| 2. d)<br>0,25pts  | $\forall x \in ]-\infty ; a_n [ , g_n(x) < 0$ et $\forall x \in ]a_n ; + \infty [ , g_n(x) > 0$  | 0,25                                 |
| 3.)<br>0,50pts    | D'après 2.c) on a $a_n \in ]0 ; + \infty [ , a_n$  | 0,50                                 |
| 4.a)<br>0,50 pts  | $g_{n+1}(x) - g_n(x)$<br>Or $\forall x > 0, e^x > 0 \Rightarrow (e^x - 1)^2 > 0$ et $ne^{nx} \cdot e^{-x} > 0$<br>Donc $g_{n+1}(x) - g_n(x) > 0$<br><b>Déduction :</b><br>$\forall n \geq 2, on a: a_n > 0, alors g_{n+1}(a_n) - g_n(a_n) > 0$ donc $g_{n+1}(a_n) > 0$ car<br>$g_n(a_n) = 0$   | 0,25<br><br><br><br><br><br><br>0,25 |
| 4.b.)<br>0,50 pts | On a : $g_{n+1}(a_n) > 0$ et $g_{n+1}(a_{n+1}) = 0$ donc $g_{n+1}(a_n) > g_{n+1}(a_{n+1})$<br>Comme la fonction $g_{n+1}$ est croissante sur $]0 ; + \infty [$ et, $a_{n+1} \in ]0 ; + \infty [$ et $a_n \in ]0 ; + \infty [$<br>On conclut que $a_n < a_{n+1} \forall n \geq 2$ et $(a_n)$ est décroissante.  | 0,50                                 |
| 4.c.)<br>0,25pts  | La suite $(a_n)$ est décroissante et minorée par 0 alors elle est convergente.   | 0,25                                 |
| 5.a.)<br>0,25pts  | On a : $g_n(a_n) = 0 \Rightarrow (n - 1)e^{nan} - ne^{(n-1)a_n} - 1 = 0$<br>$\Rightarrow e^{an} = 1 + \frac{1}{n} (e^{an} + e^{(1-n)a_n})$   | 0,25                                 |
| 5.b.)<br>0,50pts  | On a : $e^{an} = 1 + \frac{1}{n} (e^{an} + e^{(1-n)a_n})$<br>Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1 - n)a_n = -\infty$ car $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = l$ et $l > 0$<br>$\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{(1-n)a_n} = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} (e^{an} + e^{(1-n)a_n}) = 0$<br>$\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{an} = 1$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \ln(1) = 0$ ( $a_n = \ln(e^{an})$ ) | 0,50                                 |

### Exercice 6 (5 points)

| CRITERES                | INDICATEURS   | BAREME               |
|-------------------------|---|----------------------|
| <b>CMI : Pertinence</b> | Pour résoudre le problème, je vais utiliser des notions d'arithmétique.<br>Pour ce faire, je vais :   | 2/6→0,25             |
|                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>- désigner par n le nombre d'élèves prévu pour la cérémonie.</li> <li>- traduire l'énoncé sous forme d'un système à trois congruences et deux des congruences en une équation (E) du type <math>ax + bx = c</math>.</li> <li>- résoudre partiellement l'équation (E) pour déterminer les valeurs de n pour les deux congruences choisies.</li> <li>- déterminer parmi les valeurs de n trouvées, celles vérifiant la troisième congruence et celle inférieure à 1000.</li> <li>- Conclure après vérification.</li> </ul> | 3/6→0,50<br>4/6→0,75 |
|                         |   | Règle des 2/3        |

