

MATHÉMATIQUES

*Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Tout modèle de calculatrice scientifique non graphique est autorisé.*

Exercice 1 (2 points)

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de VRAI lorsque l'affirmation est vraie ou de FAUX lorsque l'affirmation est fausse.

Exemple : 1. FAUX

N°	AFFIRMATIONS
1	Soit (U_n) une suite arithmétique de raison r . Si $r < 0$, alors (U_n) est croissante
2	$\ln(b) = 7$ équivaut à $b = \ln(7)$
3	$\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$
4	Pour tout nombre réel positif x , $\ln x < 0$
5	La fonction $x \mapsto e^x$ a pour dérivée la fonction $x \mapsto e^x$

Exercice 2 (2 points)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule est juste.

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

Exemple : 1.C

N°	ENONCES	REPNSES	
1	Une série statistique double se définit à partir	A	de trois caractères
		B	d'un caractère
		C	de deux caractères
2	(U_n) est une suite arithmétique de raison r telle que $U_0 = 1$ et $U_{10} = 31$. La valeur de r est :	A	1
		B	3
		C	31
3	Le système $\begin{cases} 3e^x + 5e^y = 18 \\ e^x + e^y = 4 \end{cases}$ a pour solution	A	$\{(\ln 3; 0)\}$
		B	$\{(0; \ln 3)\}$
		C	$\{(1; 3)\}$
4	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-7x^3 + 8x^2 - x + 17) =$	A	$+\infty$
		B	0
		C	$-\infty$
5	L'équation $\ln x = 1$ a pour solution :	A	$\{0\}$
		B	\emptyset
		C	$\{e\}$

Exercice 3 (4 points)

Zita et Henri font partie du Club « Environnement » du Lycée. Ce Club est constitué de 20 élèves. Pour représenter le Lycée lors d'une compétition, on compose une équipe par un tirage simultané de 4 élèves parmi les membres du Club.

On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

On considère les événements suivants :

A:«Henri fait partie de l'équipe», B:«Zita et Henri ne font pas partie de l'équipe»

C:«L'un au moins des deux fait partie de l'équipe» .

1) Justifie qu'il y a 4845 équipes possibles.

2-a) Montre que $P(A) = \frac{1}{5}$.

b) Calcule $P(B)$ et $P(C)$.

Exercice 4 (7 points)

On considère la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto x + 1 - \ln x$$

(C_f) est la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; I ; J)$.

On prendra pour unité 2 cm.

1) Justifie que l'ensemble de définition D_f de la fonction f est $]0; +\infty[$.

2-a) Justifie que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$

b) Justifie que la droite d'équation $x = 0$ est une asymptote verticale à (C_f) .

3) On admet que pour tout nombre réel strictement positif x , $f(x) = x(1 + \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x})$.

Déduis-en $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

4) On admet que f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et que sa fonction dérivée f' est définie par : $f'(x) = \frac{x-1}{x}$.

a) Démontre que f est strictement décroissante sur $]0; 1[$ et strictement croissante sur $]1; +\infty[$.

b) Dresse le tableau de variation de f sur D_f .

5) Recopie et complète le tableau suivant :

x	0,1	0,5	1	2	3	4	5
L'arrondi d'ordre 1 de $f(x)$							

6) Construis (C_f) sur $]0; 5]$.

Exercice 5 (5 points)

Une usine ivoirienne fabrique journalièrement de l'engrais et le conditionne dans des sachets. Le coût de production est donné par l'expression $C(x) = x^3 - 48x + 600$ et celle de la recette par $R(x) = 99x$ où x est la quantité d'engrais fabriqué et est exprimé en tonne. Le coût de production et la recette sont exprimés en millions de francs CFA avec $x \in [5; 12]$.

Pour la bonne marche de son entreprise, le directeur commercial veut savoir la quantité d'engrais produit pour laquelle le bénéfice est maximum et la valeur de ce bénéfice maximal. A l'aide d'une production argumentée, réponds aux préoccupations de l'entrepreneur. On rappelle la formule donnant le bénéfice est $B(x) = R(x) - C(x)$.