



## EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

*Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3, 3/3. L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé*

### EXERCICE N°1

Recopie sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation puis écris **Vrai (V)** si l'affirmation est vraie ou **Faux (F)** si elle est fautive

1. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{3}{x^2} - \frac{2}{x^3}$  ; une primitive de  $f$  est  $F(x) = \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x}$
2. Sur l'intervalle  $]-\infty; -1[ \cup ]1; +\infty[$  ; la dérivée de la fonction  $f: x \rightarrow \frac{x}{x^2-1}$  est la fonction  $x \rightarrow \frac{1}{2} \ln(x^2 - 1)$
3. La fonction  $f$  définie par  $f(x) = \ln(-2x+3)$  a pour ensemble de définition  $\left] \frac{3}{2}; +\infty \right[$
4. L'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse -1 est de la forme  $y - f(-1) = f'(-1)(x + 1)$

### EXERCICE N°2

Pour chaque affirmation suivante, trois (3) propositions sont faites dont une seule est exacte. Recopie le numéro de l'affirmation en y ajoutant la lettre qui convient

N°	AFFIRMATIONS	REPONSES	
1	$f$ est une fonction définie sur un intervalle $I$ contenant a. Lorsque $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ et $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ sont infinies alors	A	$C_f$ admet une tangente au point $A(a;f(a))$
		B	$C_f$ admet une tangente verticale au point $A(a;f(a))$
		C	$C_f$ admet une tangente à gauche et une tangente à droite au point $A(a;f(a))$
2	$f$ est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{7x}{\sqrt{9x^2+1}}$ . Une primitive de $F$ de $f$ est sous la forme	A	$F(x) = \frac{1}{2}\sqrt{9x^2+1} + c; c$
		B	$F(x) = \sqrt{9x^2+1} + c; c \in \mathbb{R}$
		C	$F(x) = \frac{7}{9}\sqrt{9x^2+1} + c; c \in \mathbb{R}$
	$f$ une fonction définie par $\ln 4x+5 $ a pour ensemble de	A	$\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{5}{4} \right\}$

3	définition	B	$\left] \frac{5}{4}; +\infty \right[$
		C	$\left] -\infty; -\frac{5}{4} \right[$
4	f est une fonction définie par $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ ; sa fonction dérivée f' est	A	$f'(x) = \frac{1}{x+1}$
		B	$f'(x) = \frac{-1}{x^2-1}$
		C	$f'(x) = \frac{2}{x^2-1}$

### EXERCICE N°3

Soit f une fonction définie sur  $]1; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{4x^3 - 8x^2 + 4x - 3}{(x-1)^2}$

- Détermine les nombres réels a et b tels que  $\forall x \in ]1; +\infty[; f(x) = ax + \frac{b}{(x-1)^2}$
- a. Détermine les primitives de f sur  $]1; +\infty[$ .  
b. Détermine la primitive F de f sur  $]1; +\infty[$  qui s'annule en (-1).

### EXERCICE N°4

Un entraîneur doit sélectionner des joueurs parmi ceux mis à sa disposition. Pour ce faire, il soumet d'abord chaque joueur à un test qui consiste à faire trois tirs au but successifs à partir du point de penalty. Est retenu à l'issue de ce premier test, tout joueur qui réussit au moins deux de ses trois tirs. On suppose que les tirs sont indépendants les uns des autres et que la probabilité qu'un joueur donné réussisse un tir est égale à  $\frac{3}{4}$ .

- Soit X la variable aléatoire égale au nombre de tirs réussis par un joueur donné à l'issue de l'épreuve de trois tirs au but successifs.
  - Détermine les valeurs prises par X
  - Détermine la loi de probabilité de X
- Calcule l'espérance mathématique de X
- Démontre que la probabilité qu'un joueur donné soit retenu est égale à  $\frac{27}{32}$ .

### EXERCICE N°5

On considère la fonction f dérivable sur  $]0; +\infty[$  et définie par :  $f(x) = \frac{\ln x}{x} - x + 3$ . (C) est sa courbe

représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ . Unité graphique : 2 cm

### Partie A

Soit la fonction dérivable sur  $]0; +\infty[$  et définie par :  $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$

1. a. Calcule les limites de  $g$  à droite en 0 et en  $+\infty$   
b. Calcule  $g'(x)$  pour  $x \in ]0; +\infty[$  et étudie son signe.  
c. Étudie le sens de variation de  $g$  et dresse son tableau de variation
2. a. Démontre que 1 est l'unique solution sur  $]0; +\infty[$  de l'équation  $g(x) = 0$   
b. Justifie que  $g(x) < 0$  pour  $x \in ]1; +\infty[$  et  $g(x) > 0$  pour  $x \in ]0; 1[$

### Partie B :

1. a. Calcule la limite de  $f$  à droite en 0 et interprète graphiquement le résultat  
b. Calcule la limite de  $f$  en  $+\infty$   
  
c. Justifie que la droite (D) d'équation  $y = 3 - x$  est une asymptote oblique à (C) en  $+\infty$  et étudie la position de (C) par rapport à (D)
2. a. Démontre que  $\forall x \in ]0; +\infty[$ , on a :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$   
b. Détermine le sens de variation de  $f$  et établit son tableau de variation
3. a. Démontre que l'équation  $f(x) = 0$  admet deux solutions  $\alpha$  et  $\beta$  avec  $\alpha < \beta$   
b. On suppose que  $0,1 < \alpha < 0,5$  et que  $3 < \beta < 4$ , déduis le signe de  $f(x)$  selon les valeurs de  $x$
4. Construis (D) et (C) dans un même repère.

### EXERCICE N°6

Lors d'une soirée, une chaîne de télévision a transmis un match de la coupe d'Afrique des nations. Cette chaîne a ensuite proposé une émission d'analyse de ce match. L'objet de l'étude est de déterminer l'importance de l'émission d'analyse après le match.

On dispose des informations suivantes :

- 56% des téléspectateurs ont regardé le match
- Un quart des téléspectateurs ayant regardé le match ont aussi regardé l'émission
- 16,2% des téléspectateurs ont regardé l'émission.

La chaîne veut savoir le pourcentage de téléspectateurs qui n'ont pas regardé l'émission mais qui ont regardé le match.

En utilisant tes connaissances mathématiques au programme, détermine la probabilité qu'un téléspectateur qui n'a pas regardé l'émission ait regardé le match.

**BONNE CHANCE A TOUS**