CORRIGES + BAREME EXAMEN BLANC REGIONAL 2026

TA 1/MATHEMATIQUES/ DRENAET SASSANDRA

Exercices	Barème
Exercice 1 (**2** ***points***) 1. VRAI 2. VRAI 3. FAUX 4. FAUX	$\mathbf{0,5 \times 4}$
Exercice 2 (**2** ***points***) 1. A 2. B 3. C 4. C	$\mathbf{0,5 \times 4}$

Exercice 3 (**5** ***points***)

1. Soit Ω l'univers associé à cette expérience. Le nombre de façons pour le président de choisir ses trois pépinières est :
   $Card(\Omega) = C_{45}^{3} = 14\,190.$ — **0,5**
2. a) Démontrons que $P(A) = 0{,}121$.
   A est réalisé lorsque : le président choisi 3 pieds de tecks, ou 3 pieds d'iroko ou 3 pieds de samba.
   D'où $Card(A) = C_{20}^{3} + C_{15}^{3} + C_{10}^{3} = 1715.$ — **0,5**
   Par la suite, $P(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)} = \frac{1715}{14190} = 0{,}121.$
   b) B est réalisé lorsque choisi 1 pied de tecks et 1 pied d'iroko et 1 pied de samba
   Alors $Card(B) = C_{20}^{1} \times C_{15}^{1} \times C_{10}^{1} = 20 \times 15 \times 10 = 3000.$
   Par la suite, $P(B) = \frac{Card(B)}{Card(\Omega)} = \frac{3000}{14190} = 0{,}211.$ — **0,5**
3. a) A et B incompatibles, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}121 + 0{,}211$
   $$P(A \cup B) = 0{,}332.$$ — **0,25**
   b) Les évènements C et $(A \cup B)$ sont contraires.
   $$P(C) = 1 - P(A \cup B) = 0{,}668.$$ — **0,25**
4. I : « le pied de l'arbre est iroko » ; T : « le pied de l'arbre est TECK » S : « le pied de l'arbre est samba »

Évènements	Coûts
$\{I, S, T\}$	$800 + 500 + 700 = 2000$
$\{S, S, S\}$	$500 + 500 + 500 = 1500$
$\{T, T, T\}$	$700 + 700 + 700 = 2100$
$\{I, I, I\}$	$800 + 800 + 800 = 2400$
$\{S, S, T\}$	$500 + 500 + 700 = 1700$
$\{S, S, I\}$	$500 + 500 + 800 = 1800$
$\{I, I, S\}$	$800 + 800 + 500 = 2100$
$\{I, I, T\}$	$800 + 800 + 700 = 2300$
$\{I, T, T\}$	$800 + 700 + 700 = 2200$
$\{S, T, T\}$	$500 + 700 + 700 = 1900$

Les valeurs prises par la variable aléatoire X sont : 1500, 1700, 1800, 1900, 2000, 2100, 2200, 2300 et 2400. — **0,5**

$P(X = 1500) = \frac{C_{10}^{3}}{C_{45}^{3}} = 0{,}008;$ $P(X = 1700) = \frac{C_{10}^{2} \times C_{20}^{1}}{C_{45}^{3}} = 0{,}063$

$P(X = 1800) = \frac{C_{10}^{2} \times C_{15}^{1}}{C_{45}^{3}} = 0{,}048;$ $P(X = 1900) = \frac{C_{10}^{2} \times C_{10}^{1}}{C_{45}^{3}} = 0{,}134$

$P(X = 2000) = P(A) = 0{,}211;$ $P(X = 2100) = \frac{C_{20}^{3} + C_{15}^{2} \times C_{10}^{1}}{C_{45}^{3}} = 0{,}154$ — $\mathbf{0,25 \times 8}$

$P(X = 2200) = \frac{C_{20}^{2} \times C_{15}^{1}}{C_{45}^{3}} = 0{,}201;$ $P(X = 2300) = \frac{C_{15}^{2} \times C_{20}^{1}}{C_{45}^{3}} = 0{,}148$

$P(X = 1500) = \frac{C_{15}^{3}}{C_{45}^{3}} = 0{,}032$;

b) le coût moyen de trois pépinières choisies par le président. — **0,5**

$$E(X) = 2064{,}9$$

Exercice 4 (6 points)

1. Justifie que : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = -\infty$ et interprète graphiquement ce résultat.

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = \lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{-x+1}{2} + \ln x \, .$$ 0,5

On a : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{-x+1}{2} = \frac{1}{2}$, et $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \ln x = -\infty$. Donc $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = -\infty$. 0,25

La droite (OJ) d'équation $x = 0$ est asymptote verticale à la courbe représentative de f.

2. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x(\frac{-1}{2} + \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x})$ 0,5

On a : $\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{-1}{2} + \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}\right) = -\frac{1}{2}$. Par suite, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

3. a) pour tout nombre réel $x > 0$, $f'(x) = \left(\frac{-x+1}{2} + \ln x\right)' = -\frac{1}{2} + \frac{1}{x} = \frac{-x+2}{2x}$. 0,75

b) $f'(x) = 0$ équivaut à : $x = 2$

$f'(x) > 0 \ \forall x \in \,]0; 2[$, alors f est strictement croissante sur $]0; 2[$. 0,5

$f'(x) < 0 \ \forall x \in \,]2; +\infty[$, alors strictement décroissante sur $]2; +\infty[$.

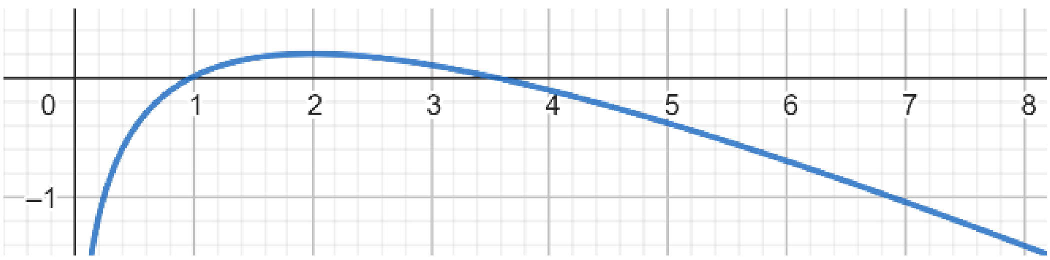
a) tableau de variation de f.

x	0		2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	o	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{-1}{2} + ln2$	↘	$-\infty$

1

4. La fonction f est continue et strictement décroissante sur $]3{,}5; 4[$. On a : $f(3{,}5) = 0{,}003$ et $f(4) = -0{,}114$ De plus $0 \in \,]-0{,}114; 0{,}003[$, donc l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]3{,}5; 4[$. 0,75

5.



0,5

0,5

6. a) Pour tout $x > 0$, $F'(x) = \left(\frac{-x^2}{4} - \frac{1}{2}x + x\ln x\right)' = -\frac{x}{2} - \frac{1}{2} + \ln x + x \times \frac{1}{x}$

$$F'(x) = -\frac{x}{2} - \frac{1}{2} + \ln x + 1 = \frac{-x+1}{2} + \ln x = f(x).$$ 0,75

Donc F est une primitive de f sur $]0, +\infty[$.

b) $A = \left(\int_1^e f(x)\,dx\right)\mu = 10[F(e) - F(1)] = 10(\frac{-e^2}{4} - \frac{e}{2} + e + \frac{1}{4} + \frac{1}{2})$

A= $10\left(\frac{-e^2}{4} + \frac{e}{2} + \frac{3}{4}\right)$.

Exercice 5 (5 points)		
Critères	***Indications de performances***	***Barèmes***
CM 1	• Annonce du titre de la leçon Pour répondre à la préoccupation ; nous allons utiliser les fonctions exponentielles (équations faisant intervenir exponentielle) • Etapes de la résolution – Traduire la situation à l'aide d'une équation faisant intervenir exponentielle) – Résoudre l'équation – Déterminer le nombre de semaine d'attente	1/4 → 0,25 2/4 → 0,5 3/4 0,75
CM 2	**<u>Application</u>** • Déterminer le nombre de semaine d'attente revient à déterminer le nombre de semaines nécessaire pour que la proportion de commerçants informés de l'existence du produit atteigne 80%. C'est-à-dire que : $f(t) = 0{,}8$ • $f(t) = \frac{1}{1+e^{-0,4t}} = \mathbf{0{,}8}$ **Équivaut à : 0,8(1+**$e^{-0,4t}$**)** $= 1$ Équivaut à : $0{,}8 + 0{,}8e^{-0,4t} = 1$ Équivaut à : $0{,}8e^{-0,4t} = 0{,}2$ Équivaut à : $e^{-0,4t} = 0{,}25$ Équivaut à : $-0{,}4t = \ln(0{,}25)$ Equivaut à : $t = \frac{\ln(0,25)}{-0,4} \approx 3{,}46.$ **<u>Conclusion</u>** • La présidente de la coopérative devra attendre 4 semaines.	1/3 → 1 2/3 → 2 3/3 → 2,5
CM 3	• Le résultat produit est conforme au résultat • Le résultat est en adéquation avec la démarche • Qualité des enchainements de la démarche	1/3 → 0,5 2/3 → 0,75 3/3 → 1,25
CP	• Conclusion • Originalité • Présentation	1/3 → 0,25 2/3 → 0,5