RÉPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE ET DE L'APPRENTISSAGE

BAC BLANC RÉGIONAL
SESSION DE MARS 2026

COEFFICIENT : 05
DURÉE : 04 H

MATHÉMATIQUES

SERIE E

Exercice 1

Pour chaque question, il y a trois réponses dont une seule est juste. Répondre à chaque question en écrivant le numéro de la question et la lettre qui correspond à la bonne réponse.

1. Si $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2+1}{7x^2+9}}$, alors la limite en $+\infty$ de f est :
   A. $+\infty$.
   B. $\dfrac{1}{7}$.
   C. $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$.
2. Si $g(x) = \left(\dfrac{x-1}{x}\right) ln(1+x)$, alors la limite de g en 0 est :
   A. 0.
   B. 1.
   C. -1.
3. Si pour tout $x \in]-2;3[$, $h(x) = ln\left|\dfrac{x-3}{x+2}\right|$, alors $h'(x) =$:
   A. $\dfrac{-1}{(x+2)(x-3)}$.
   B. $\dfrac{2}{(x+2)(x-3)}$.
   C. $\dfrac{5}{(x+2)(x-3)}$.
4. Si $z = \dfrac{-5-7i}{-1-i}$, alors la forme algébrique de z est :
   A. $z = -6 - i$.
   B. $z = 6 + i$.
   C. $z = 6 - i$.

Exercice 2

Répondre à chaque question en écrivant le numéro de la question suivi de vrai ou faux pour chacune des propositions suivantes :

1. Si g est une fonction deux fois dérivable sur un intervalle ouvert K tel que $\forall x \in K, g''(x) > 0$, alors g est concave sur K.
2. Une fonction f dérivable sur un intervalle ouvert I, contenant a, admet un extremum relatif en $x = a$ si et seulement si $f'(a) = 0$.
3. Si d est un entier naturel tel que d divise $3n+7$ et $3n+4$ où $n \in \mathbb{N}^*$, alors d divise 6.
4. Pour des entiers relatifs quelconques a, b et c, si a divise bc, alors a divise b ou a divise c.

Exercice 3

ABC est un triangle non équilatéral du plan tel que $AB = c$, $AC = b$ et $BC = a$.

On désigne par A', B' et C' les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.

On considère :

* Pour tout point M du plan : $f(M) = a^2\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{MA'} + b^2\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{MB'} + c^2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{MC'}$.
* (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que $f(M) = 0$.

On désigne par O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC et G le centre de gravité du triangle ABC.

1. Soit le vecteur : $\vec{u} = a^2\overrightarrow{BC} + b^2\overrightarrow{CA} + c^2\overrightarrow{AB}$.
   a. Justifier que : $\vec{u} = \left(a^2 - b^2\right)\overrightarrow{AC} + \left(c^2 - a^2\right)\overrightarrow{AB}$.
   b. Démontrer par l'absurde que : $\vec{u} \neq \vec{0}$.
   c. Justifier que : $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{OA'} = 0$ et $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{OB'} = 0$.
   d. En déduire que : $f(O) = 0$.
2. a. Démontrer que : $\overrightarrow{GA'} = \dfrac{1}{6}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}\right)$.
   b. En déduire que : $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{GA'} = \dfrac{1}{6}\left(b^2 - c^2\right)$.
   c. Par le même procédé, on admet que : $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{GB'} = \dfrac{1}{6}\left(c^2 - a^2\right)$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{GC'} = \dfrac{1}{6}\left(a^2 - b^2\right)$.
   En déduire $f(G)$.
3. a. Démontrer que : $M \in (\Gamma) \iff \vec{u}.\overrightarrow{MG} = 0$.
   b. Déterminer précisément l'ensemble (Γ).

Exercice 4

On considère l'équation (E) : $4x - y = 2$ où les inconnues x et y appartiennent à $\mathbb{Z}$.

1. a. Démontrer que si le couple $(x_0; y_0)$ est une solution de (E), alors y_0 est pair.
   b. Déterminer les valeurs possibles de $PGCD(x_0; y_0)$.
2. a. Vérifier que le couple $(1; 2)$ est une solution de (E).
   b. Résoudre l'équation (E).
3. Déterminer l'ensemble des couples $(x; y)$ solutions de l'équation (E) tels que x et y sont premiers entre eux.
4. $\overline{ac2}^3$ et $\overline{baa}^4$ sont deux écritures du même entier naturel p respectivement en base 3 et en base 4
   a. Justifier que $3c + 2$ est multiple de 4.
   b. En déduire que c est égal à 2.
   c. Déterminer les valeurs de a et de b.
   d. Ecrire p dans le système décimal.

Exercice 5

On note h_n la fonction numérique à variable réelle définie sur $]-\infty; -2[\cup]-2; +\infty[$ par :

$h_n(x) = \dfrac{e^{1+x}}{(x+2)^n}$ pour $n \in \mathbb{N}^*$. On désigne par (C_n) la courbe représentative de h_n dans un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique : 2cm

1. a. Calculer les limites de h_n en $-\infty$ et en $+\infty$.
   b. Calculer suivant la parité de n, les limites de h_n à gauche et à droite en -2.
2. On admet que h_n est dérivable sur $]-\infty; -2[\cup]-2; +\infty[$.

a. Démontrer que : $\forall x \in \left]-\infty;-2\right[\cup \left]-2;+\infty\right[, h'_n(x) = \dfrac{(x+2-n)(x+2)^{n-1}e^{1+x}}{(x+2)^{2n}}$.

b. Etudier le sens de variation de h_n suivant la parité de n.

c. Dresser le tableau de variation de h_n suivant la parité de n.

3. Démontrer que toutes les courbes (C_n) passent par un point fixe A à préciser.

4. a. Calculer la limite de $\dfrac{h_n(x)}{x}$ en $+\infty$, puis interpréter graphiquement ce résultat.

   b. Démontrer que : $\forall x \in \left]-\infty;-2\right[\cup \left]-2;+\infty\right[, h'_n(x) = h_n(x) - nh_{n+1}(x)$.

   c. En déduire les positions relatives des courbes (C_1) et (C_2).

   d. Représenter graphiquement les courbes (C_1) et (C_2).