



**MATHÉMATIQUES**

**SERIE G2**

*Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/2 et 2/2  
Toute calculatrice scientifique est autorisée.*

**EXERCICE 1**

Écrire le numéro de chacune des affirmations suivantes suivi de vrai si l'affirmation est vraie ou faux si elle est fautive.

N°	AFFIRMATIONS
1	Si $f$ est une fonction continue et strictement croissante sur $[1; 2]$ telle que $f(1) = 2$ et $f(2) = 10$ , alors l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans $[1; 2]$
2	Si $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = +\infty$ , alors (C) admet un point d'abscisse $x_0$ une demi-tangente verticale.
3	Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ , on dit que la courbe (C) admet une branche parabolique de direction (OJ).
4	Pour tous nombres réels $a$ et $b$ strictement positifs on a : $\ln(ab) = \ln a \ln b$
5	La limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\ln x} = 0$ >
6	L'expression $A = \ln 8 - 5 \ln 2 + \frac{1}{16} \ln 16$ est égale à $2 \ln 2$

**EXERCICE 2**

Aux journées portes ouvertes, le proviseur d'un lycée organise une loterie au stand d'électronique

Une urne contient neuf boules : trois rouges numérotées de -1, -1, 1, deux boules vertes numérotées -2, 2 et quatre blanches numérotées 1, -2, 2, 2. Tous les boules sont indiscernables au toucher.

1. On tire 3 boules successivement et avec remise. Calculer la probabilité des événements suivants :

A = « Avoir trois boules de 3 couleurs différentes ».

B = « Avoir trois boules de couleur différentes donc la première est rouge ».

2. On tire simultanément 3 boules de l'urne. Calculer la probabilité des évènements suivants :

A = « Avoir trois boules de même couleur ».

B = « Avoir trois boules dont le produit des numéros marquées est négatif ».

C = « Avoir trois boules de même couleur et produit négatif ».

D = « Avoir trois boules de produit négatif ou de même couleur ».

## PROBLEME

### Partie A

Soit la fonction  $g$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $g(x) = 2x^2 + \ln x$ .

1. Calculer la limite de  $g$  en 0 et en  $+\infty$ . Interpréter graphiquement si possible vos résultats.
2. a) Déterminer la dérivée  $g'$  de  $g$  puis en déduire le sens de variation de  $g$ .  
b) Dresser le tableau de variation sur  $g$ .
3. Démontrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans  $]0; +\infty[$  puis vérifier que  $0,548 < \alpha < 0,549$ .
4. En déduire le signe de  $g(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .

### Partie B

Soit la fonction  $g$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $f(x) = 1 - x + \frac{1 + \ln x}{2x}$ .

On désigne par (C) la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé (O, I, J) ayant comme unité graphique 1 cm.

1. Calculer la limite de  $f$  en 0 et en  $+\infty$ . Interpréter graphiquement si possible vos résultats.
2. Démontrer que la droite (D) d'équation  $y = 1 - x$  est asymptote à (C) en  $+\infty$  puis étudier la position relative de (C) par rapport à (D).
3. a) Déterminer  $f'(x)$  puis montrer que  $f'(x) = -\frac{g(x)}{2x^2}$ .  
b) En utilisant la question 4 de la partie A, en déduire le signe de  $f'(x)$  sur  $]0; +\infty[$ .  
c) Donner le sens de variation de  $f$  puis dresser son tableau de variation.
4. Déterminer une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 1.
5. Tracer (D), (T) et (C) dans un repère orthonormé (O, I, J). On prendra  $\alpha = 0,55$ .