BACCALAUREAT TECHNIQUE				
SERIE : E	DUREE : HEURES	COEF : 5	FEUILLE : 1/2	SESSION : 2024
EPREUVE : MATHEMATIQUES				

EXERCICE N° 1 : (04 points)

1/ Soit $\alpha \in [-\pi;\pi]$, on considère l'équation (E) : $z^2-(4sin\alpha)z+4=0$

a) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation (E). On notera z_1 et z_2 les solutions de (E).

b) Donner la forme exponentielle de z_1 et z_2

c) Calculer $S=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}$

2/ On considère dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E') : $17x-40y=1$.

a) Montrer que (E') admet des solutions dans $\mathbb{Z}^2$.

b) Déterminer la solution particulière $(x_0;y_0)$ de (E').

c) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E').

d) Déterminer l'inverse modulo 40 de 17 compris entre 0 et 40.

EXERCICE N°2 : (08 points)

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC tel que $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA})\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$.

1/ Soit f la similitude plane directe de centre A qui transforme B en C. Déterminer l'angle et le rapport de f.

2/ Soit g la similitude plane indirecte de centre A qui transforme C en B.

a/ Déterminer le rapport de g.

b/ Déterminer l'axe (Δ) de g.

c/ Soit D le point du plan défini par $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. Montrer que $g(B)=D$ et en déduire que $[BD)$ est la bissectrice intérieure de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}}\right)$.

3-a/ Montrer que fog est une symétrie axiale et préciser son axe.

b/ On pose $D'=f(D)$. Montrer que D' est le symétrique de B par rapport à A.

4/ La bissectrice intérieure de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD'}}\right)$ coupe la droite (CD') en un point J. Soit I le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC. Déterminer $f(I)$.

5/ La droite (Δ) coupe le segment $[BC]$ en L. On note $K=S_{(BD')}(J)$ et $E=S_{(BD')}(L)$. Soit (H) l'hyperbole de rectangle fondamental $KELJ$ et d'axe focal (BD').

a/ Montrer que (H) est une hyperbole équilatère.

b/ Préciser le centre et les asymptotes de (H).

c/ Placer les foyers F_1 et F_2 de (H).

d/ Justifier que $fog[(H)] = (H)$

e/ Tracer (H).

<u>EXERCICE N°3</u> : (05 points)

1/ Soit f la fonction définie sur R par : $f(x) = (x+2)e^{-x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

a/ Etudier les variations de f, puis dresser son tableau de variation

b/ Tracer la courbe (C).

2/ Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I = [-1; +\infty[$

a/ Montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J à déterminer.

b/ Tracer dans le même repère que (C) la courbe (C') de la fonction g^{-1} réciproque de g

3-Pour tout entier naturel non nul n, on pose $I_n = \int_{-2}^{0} \frac{(x+2)^n e^{-x}}{n!} dx$ et $U_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{2^k}{k!}$

a/ Vérifier que pour tout $x \in [-2; 0]$ on a : $0 \leq \frac{(x+2)^n e^{-x}}{n!} \leq \frac{2^n}{n!} e^2$

b/ Justifier à l'aide d'une intégration par parties que $I_1 = e^2 - 3$.

c/ Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $I_{n+1} = I_n - \frac{2^{n+1}}{(n+1)!}$,puis en déduire que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* , I_n = e^2 - U_n$$

4-Soit $V_n = \frac{2^n}{n!}$. Montrer que $\forall\ n \geq 2 , V_{n+1} \leq \frac{2}{3} V_n$, puis en déduire que :

$\forall\ n \geq 2 , V_n \leq 2\left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}$ et préciser la limite de $lim_{n\to+\infty} V_n$.

5/ En utilisant la question 3 a/ justifier que $0 \leq I_n \leq 2e^2 V_n$, puis en déduire $lim_{n\to+\infty} I_n$ et $lim_{n\to+\infty} U_n$

<u>EXERCICE N°4</u> : (03 points)

Le tableau ci-après présente l'évolution d'un virus dans un pays.

x_i(mois)	2	3	4	5	6
y_i(nombre de malades)	10	18	20	23	30

1-Calculer le nombre moyen des malades.

2-Calculer $cov(X; Y)$

3-Calculer le coefficient de corrélation linéaire

4-Déterminer la droite de régression de y en x

5-Donner une estimation du nombre de mois pour 60 malades.