Fomesoutra.com
ça soutra !

KM

BACCALAUREAT TECHNIQUE
SESSION DE : JUIN 2005
SERIE : F1
EPREUVE DE : MATHEMATIQUES
DUREE : 4 Heures

DOCUMENTS AUTORISES : Calculatrice non programmable

2010 F4
2011 F1
2012 F4
2013 F1-F4
2022 F1-F4

EXERCICE 1 : (4 pts)

Calculer les intégrales suivantes :

$I_1 = \int [illegible] \sin(3x) \sin(2x)dx$; $-\frac{\pi}{2}$

$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (12 \cos^3 t - 11\cos t)dt$

EXERCICE 2 : (4 pts)

[illegible] la suite numérique (U_n) définie par $U_1 = -1$; $U_2 = 2$ et $U_n = \frac{U_{n-1} + U_{n-2}}{2}$

où $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1, 2\}$ et suite réelle (V_n) définie par $V_n = U_n - U_{n-1}$, $\forall n \geq 2$.

1) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique
2) Calculer $S_n = V_2 + V_3 + \ldots\ldots + V_n$ en fonction de n
3) Démontrer que $S_n = U_n - U_1$ puis en déduire l'expression de U_n en fonction de n
4) Démontrer que (U_n) est une suite convergente.

$U_n - [illegible]$
$U_n = V_n + [illegible]$

PROBLEME : (12 pts)

Partie A

Soit $f : x \longmapsto e^{x-1}$ une fonction numérique de la variable réelle x et (C) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé.

1°) a) Etudier les variations de f et construire sa courbe (C)

b) Déterminer l'équation de la tangente à (C) au point A (1, 1).

2°) On définit une fonction g par $g(x) = e^{x-1} - x$

Etudier les variations de g puis en déduire que, pour tout réel x, $g(x) \geq 0$.

Partie B

Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par

$h(x) = (x + 1)(1 + e^{1-x})$

1°) a) Déterminer la fonction dérivée h' de h.

b) Déduire de A/ que h est strictement croissant sur $\mathbb{R}$

2°) Calculer les limites de h(x) quand $x \longrightarrow +\infty$ et $x \longrightarrow -\infty$.

3°) Soit (Γ) la courbe de h dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$ du plan P. Unité 2 cm.

a) Etudier la position de (Γ) par rapport à la droite (D) d'équation $y = x + 1$

b) Construire la courbe (Γ).

c) Justifier que h admet une application réciproque h^{-1} (on ne demande pas à expliciter $h^{-1}(x)$).

e) Construire dans le même repère que (Γ) la courbe $(Γ^{-1})$ de h^{-1}.

Partie C

[illegible] paramètre réel

[illegible] solution de l'équation h(x) = m par rapport aux nombres −1 et 1

[illegible] équation d'inconnue réelle $t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$[illegible] \sin 2t (1 + e^{1-\sin 2t}) = m$

[illegible] suivant les valeurs de m, l'existence et le nombre des solutions de cette équation

[illegible] solutions pour m = 0 ; m = 1 ; [illegible] m = 4.

TECHNIQUE ET PROFESSIONNEL — ... – Travail – Progrès

M.E.T.P. **CABINET**

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS TECHNIQUES ET PROFESSIONNELS

EXAMEN : BACCALAUREAT

SESSION : JUIN 2008

SERIE : F1

EPREUVE : MATHEMATIQUES

DUREE : 4 HEURES

EXERCICE 1 : (4 pts)

Démontrer que, pour tout entier naturel n,

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{\frac{n+2}{2}} \cos n\frac{\pi}{4}$$

EXERCICE 2 : (4 pts)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation d'inconnue x :

$\ln(7^n x) = 2n$; où $n \in \mathbb{N}$.

2) On considère la suite (U_n) définie, pour tout entier naturel n par $\ln(7^n . U_n) = 2n$

Montrer que la suite U_n est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

3) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

4) Déterminer un entier n_o tel que, pour tout entier n strictement supérieur à n_o, on ait $V_n > 100$.

PROBLEME : (12 pts)

Partie A :

1°/ Soit g la fonction numérique définie par $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x}$

a) Montrer que la fonction g admet un minimum

b) En déduire, quelque soit le réel x, g(x) est strictement positif.

2°/ Soit f la fonction définie par $f_m(x) = x + x^m . e^{-m}$; où $m \in \mathbb{N}^*$

a) On pose m = 1. Etudier les variations de f_1 sur son ensemble de définition et tracer sa courbe (C) dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$. Unité : 2 cm.

b) Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse x = 0 puis construire (T).

3/ Soit k une fonction numérique définie par $k(t) = t^2 e^{-t} - \frac{1}{e}$

Calculer k(1). Utiliser ce résultat pour trouver l'équation d'une tangente à (C), passant par le point A $(0, \frac{1}{e})$. ???

4°/ Calculer l'aire délimitée par la courbe (C) et les droites d'équations respectives y = x ; x = 0 et $x = \lambda$ où $\lambda > 0$; puis déterminer la limite de cette aire quand λ tend vers $+\infty$.

Partie B :

On définit une fonction h_m par $h_m(x) = f_m(x) - x$

1°/ Montrer qu'il existe un point fixe M_o appartenant à toutes les courbes (E_m) de h_m.

2°/ Montrer que h'_m s'annule pour deux valeurs distinctes indépendantes de m. ???

3°/ On suppose maintenant x fixé $(x > 1)$

a)Prouver que la suite des nombres réels $h_m(x)$ est une progression géométrique dont on donnera la raison.

b)Montrer que la suite $\ln[h_m(x)]$ est une suite arithmétique dont on précisera la raison.

c).Calculer leurs sommes

$S_m(x) = h_1(x) + h_2(x) + ... + h_m(x)$.

$T_m(x) = l_n[h_1(x)] + l_n[h_2(x)] + ... + l_n[h_{m-1}(x)]$.

EXAMEN : BACCALAUREAT
SESSION : JUIN 2009
SERIE : F1
EPREUVE : MATHEMATIQUES
DUREE : 4 HEURES

OK Tout
Exos à mettre
au propre

EXERCICE 1 : (3 pts)

Calculer les intégrales suivantes en écrivant autrement la fonction à intégrer :

$$I = \int_{-1}^{3} \frac{e^{2x} - e^{x} + 3}{2e^{x}}\,dx \quad ; \quad J = \int_{1}^{2} (x^2 - x)\ln x \,.\, dx \,.$$

EXERCICE 2 : (5 pts)

On considère l'application $f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$ définie par :

$f(z) = Z^3 + 9i\,Z^2 + 2(6i - 11)Z - 3(4i + 12)$

1) Montrer que $f(z) = 0$ admet une solution réelle notée Z_1 et une solution imaginaire pure notée Z_2.

2) Achever la résolution de $f(z) = 0$. on notera Z_3 l'autre solution.

A- PROBLEME (12 pts)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = (x+1)^2 - xe^{x}$.

1°) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.

2°) On note f ' la fonction de f sur $\mathbb{R}$. Montrer pour tout nombre réel x, $f'(x) = (x+1)(2-e^{x})$.
Etudier le signe de $f'(x)$.

3°) Dresser le tableau de variation ; on précisera les valeurs exactes de $f(-1)$ et $f(\ln 2)$.

4°) Montrer que la droite (D) d'équation $Y = x + 1$ est tangente à la courbe en son point d'abscisse 0.

5°) A l'aide d'une intégration par partie, calculer l'intégrale :

$\int_{0}^{1} X e^{x}\, dx$. Montrer que $\int_{0}^{1} f(x)\, dx = 4/3$.

6°) On note A, aire exprimée en cm^2, de la partie du plan limité par la courbe (C) ; l'axe des abscisses, les droites d'équation $X = 0$ et $X = 1$.

B- Soit la fonction g définie sur $]\,0 ; +\infty\,[$ par :
$g(x) = 1 + x(1 - \ln x)$.

1°) Déterminer le sens de variation de g et ses limites aux bornes de $]\,0 ; +\infty\,[$. Dresser son tableau de variation.

2°) a) Montrer qu'il existe un réel unique a tel que : $g(a) = 0$.
b) Préciser suivant les valeurs de x, le signe de $g(x)$.

BACCALAUREAT TECHNIQUE
SESSION DU : 7 JUIN 2010
EPREUVE DE : MATHEMATIQUES
SERIE : F1

$\ln x < 0 \Leftrightarrow x \in]0;1[$
$\ln x > 0 \Leftrightarrow x \in]1;+\infty[$

Exercice 1 (4pts)

1) Résoudre dans C l'équation suivante :

$$z^2 + z + 1 = 0$$

2) Soit le nombre complexe $Z = \dfrac{e^{i\pi/3}}{e^{i\pi/4}}$

   a. Ecrire Z sous forme algébrique

   b. Ecrire Z sous forme trigonométrique

   c. En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$

Exercice 2 (4pts)

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation (E) :

$iZ^3 + (3-4i)Z^2 - (12-5i)Z + 15 = 0$

1. Vérifier que $Z_0 = 3i$ est une solution de (E).
2. Résoudre l'équation de (E) (on appelle les autres solutions de (E) par :Z_1 et Z_2).
3. Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(0;\ \vec{u};\ \vec{v}$. On désigne par A, B et C les points d'affixes respectivement :Z_0, Z_1 et Z_2. Déduire la nature du triangle ABC.

Problème (12pts)

Soit k un nombre réel. On considère la fonction f_k définie sur $[0;1]$ par :

$f_k(x) = x(lnx)^2 + kx,\ si\ x > 0\ et\ f_k(0) = 0.$

(C_k) est sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(0;\ \vec{i};\ \vec{j})$ (unité graphique : 2cm).

Partie A

1. Etudier la continuité de f_k en 0.
2. Déterminer $\lim_{x\to 0}\frac{f_k(x)}{x}$. Que peut-on conclure ?
3. Ecrire l'équation de la tangente (T) à (C_k) au point A_k d'abscisse 1.
4. On pose k=0 puis k=1.
   a) Etudier les variations de f_0 et f_1.
   b) Etudier les positions relatives des courbes (C_0) et (C_1)
5. Tracer (C_0) et (C_1) dans le même repère.

$f_k(x) = x(\ln x)^2 + kx$

$f_1(x) = x(\ln x)^2 + x$

$f_1'(x) = (\ln x)^2 + x \cdot \frac{2}{x}\ln x + 1$

$= \ln x(\ln x + 2) + 1$

$= (\ln x + 1)^2$

Partie B

Soit α un réel tel que : $0 < \alpha \le 1$. On pose : $I(\alpha) = \int_\alpha^1 x(lnx)^2\,dx$ et $J(\alpha) = \int_\alpha^1 xlnxdx$

1. Calculer J(α)
2. A l'aide d'une intégration par parties, montrer que : $I(\alpha) = -\frac{\alpha^2}{2}(ln\alpha)^2 - J(\alpha)$
3. Déduire une expression de $I(\alpha)$ en fonction de α.
4. Déterminer : $\lim_{\alpha\to 0} I(\alpha)$.
5. Exprimer $S_k(\alpha) = \int_\alpha^1 f_k(x)dx$ en fonction de α.
6. En déduire la limite de $S_k(\alpha)$ lorsque α tend vers 0.

BACCALAUREAT TECHNIQUE
SESSION DU : 21 juin 2011
EPREUVE DE : MATHEMATIQUES
SERIE : F4
DUREE : 4 H 00

Exercice 1 (3pts)

1. Une fonction f définie sur un intervalle I est bijective et dérivable sur I.
   a) $1 \in I, f(1) = 3$ et $f'(1) = 3$. que vaut $(f^{-1})'(3)$?
   b) $2 \in I, f(2) = 5$ et $(f^{-1})'(5) = 2$. Que vaut $f'(2)$?
2. Calculer l'intégrale : $I = \int_1^3 \frac{|x-2|}{(x^2-4x)^2}dx$

Exercice 2 (5pts) OK

a et b sont deux nombres réels quelconques. Soit $U = \frac{a+ib}{1-i}$ un nombre complexe dépendant des réels a et b.

1. Déterminer les réels a et b pour lesquels le module de U est $\sqrt{2}$ et son argument $\frac{3\pi}{4}$ modulo 2π.
2. On donne le polynôme P de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ défini par :
   $P(Z) = 2\sqrt{2}(-1+i)Z^2 + 2Z - i\sqrt{2}$. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(Z) = 0$.

Problème (12pts)

Partie A

Soit la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $g(x) = (1 - \frac{1}{x})\ln x$

1. a) Calculer les limites en 0 et en $+\infty$ de la fonction U définie sur $]0;+\infty[$ par $U(x) = (1 - \frac{1}{x})$.
   b) En déduire les limites de la fonction g aux bornes de l'intervalle $]0;+\infty[$.
2. a) Montrer que pour tout nombre réel strictement positif $g'(x) = \frac{1}{x^2}h(x)$ avec $h(x) = x - 1 + \ln x$
   b) Etudier les variations de la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $h(x) = x - 1 + \ln x$
   c) Dresser le tableau de variation de h, sans calculer les limites de h aux bornes de $]0;+\infty[$.
3. Calculer h(1), puis en déduire le signe de h(x) suivant les valeurs de x.
4. En s'appuyant sur tout le travail précédent, étudier le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0;+\infty[$, puis dresser son tableau de variation.

Partie B

On définit, pour tout réel x strictement positif, la fonction $f(x) = \ln x - g(x)$

1. a) Vérifier que, pour tout réel x strictement positif : $f(x) = \frac{1}{x}\ln x$
   b) Calculer la limite de f(x) quand x tend vers $+\infty$.
2. a) Etudier le signe de f(x) suivant les valeurs de x.
   b) En déduire la position relative de la courbe (C) représentant la fonction g et la courbe (C') d'équation $y = \ln x$.
3. Le plan est rapporté au repère orthonormé$(0; \vec{i}; \vec{j})$. (Unité graphique : 2cm)
   Tracer les courbes (C) et (C') dans le même repère.

BACCALAUREAT TECHNIQUE
SESSION DU : 21 juin 2011
EPREUVE DE : MATHEMATIQUES
SERIE : F4
DUREE : 4 H 00

Exercice 1 (3pts)

1. Une fonction f définie sur un intervalle I est bijective et dérivable sur I.
   a) $1 \in I, f(1) = 3$ et $f'(1) = 3$. que vaut $(f^{-1})'(3)$?
   b) $2 \in I, f(2) = 5$ et $(f^{-1})'(5) = 2$. Que vaut $f'(2)$?
2. Calculer l'intégrale : $I = \int_1^3 \frac{|x-2|}{(x^2-4x)^2} dx$

Exercice 2 (5pts)

a et b sont deux nombres réels quelconques. Soit $U = \frac{a+ib}{1-i}$ un nombre complexe dépendant des réels a et b.

1. Déteminer les réels a et b pour lesquels le module de U est $\sqrt{2}$ et son argument $\frac{3\pi}{4}$ modulo 2π.
2. On donne le polynôme P de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ défini par :
   $P(Z) = 2\sqrt{2}(-1+i)Z^2 + 2Z - i\sqrt{2}$. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(Z) = 0$.

Problème (12pts)

Partie A

Soit la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $g(x) = (1 - \frac{1}{x})\ln x$

1. a) Calculer les limites en 0 et en $+\infty$ de la fonction U définie sur $]0; +\infty[$ par $U(x) = (1 - \frac{1}{x})$.
   b) En déduire les limites de la fonction g aux bornes de l'intervalle $]0; +\infty[$.
2. a) Montrer que pour tout nombre réel strictement positif $g'(x) = \frac{1}{x^2}h(x)$ avec $h(x) = x - 1 + \ln x$
   b) Etudier les variations de la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $h(x) = x - 1 + \ln x$
   c) Dresser le tableau de variation de h sans calculer les limites de h aux bornes de $]0; +\infty[$.
3. Calculer h(1), puis en déduire le signe de h(x) suivant les valeurs de x.
4. En s'appuyant sur tout le travail précédent, étudier le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0; +\infty[$, puis dresser son tableau de variation.

Partie B

On définit, pour tout réel x strictement positif, la fonction $f(x) = \ln x - g(x)$

1. a) Vérifier que, pour tout réel x strictement positif : $f(x) = \frac{1}{x}\ln x$
   b) Calculer la limite de f(x) quand x tend vers $+\infty$.
2. a) Etudier le signe de f(x) suivant les valeurs de x.
   b) En déduire la position relative de la courbe (C) représentant la fonction g et la courbe (C') d'équation $y = \ln x$.
3. Le plan est rapporté au repère orthonormé$(O; \vec{i}; \vec{j})$. (Unité graphique : 2cm)
   Tracer les courbes (C) et (C') dans le même repère.

BACCALAUREAT TECHNIQUE

SESSION DU : 19 Juin 2012
EPREUVE DE : MATHEMATIQUES
SERIE : F1
DUREE : 4 H 00

Pb^{ème} déjà

Exo 1
A achever

Exercice 1 (4pts)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé$(0;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$. on donne l'équation cartésienne d'une conique (E) définie par : (E): $4x^2 + 9y^2 - 24x + 18y + 9 = 0$

1. a) Déterminer la nature de cette conique.
   b) Déterminer les sommets, les foyers, l'excentricité, le centre et les équations des directions associées.
2. Construire cette conique.

Exercice 2 (4pts)

+ | − | +

On donne l'équation différentielle (E) : $-\frac{1}{2}y'' + y' - 5y = 0$

1. Résoudre l'équation différentielle (E).
2. Déterminer la solution f de (E) telle que : au point 0(0 ; 0), la tangente à la courbe (C) f a pour équation : (T): $y = (3 + \sqrt{3})x - 1 + \sqrt{3}$.
3. Donner cette solution sous la forme $f(x) = re^{ax}.\sin(bx + c)$

Problème (12pts)

Partie A : On considère la fonction numérique f définie sur ℝ par : $f(x) = 2e^{2x} - 5e^{x} + 2$

1. a) Sachant que f(x) peut aussi s'écrire sous la forme $f(x) = e^{x}(2e^{x} - 5) + 2$, calculer la limite de f(x) quand x tend vers +∞.
   b) Etudier les variations de f(x), puis établir son tableau de variations.
2. a) Résoudre l'équation $2e^{2x} - 5e^{x} + 2 = 0$
   b) Déduire alors le tableau de signes de la fonction f(x).

Partie B

On considère la fonction numérique h définie par : $h(x) = 1 + 2x + \frac{e^x}{e^x - 1}$, sur l'intervalle $]0;\ +\infty[$.

1. a) Vérifier que h(x) peut aussi s'écrire sous la forme : $h(x) = 2 + 2x + \frac{1}{e^x - 1}$
   b) En utilisant cette expression, calculer $\lim_{x \to 0} h(x)$. Déduire de ce résultat une interprétation géométrique pour la courbe (C) représentative h.
2. a) Calculer la dérivée h' de la fonction h. Montrer que h'(x) peut s'écrire sous la forme :
   $h'(x) = \frac{f(x)}{(e^x - 1)^2}$; $\forall\, x \in\ ]0;\ +\infty[$.
   b) Déduire le signe de h'(x) selon les valeurs de x.
3. Etablir le tableau de variation de h.
4. a) Montrer que la droite (D) d'équation (D): $y = 2 + 2x$ est asymptote à la courbe (C) de h.
   b) Préciser la position relative de (C) par rapport à la droite (D).
5. Le plan P est rapporté à un repère orthonormé $(0;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$, d'unité graphique : 2cm. Construire la courbe (C) et la droite (D) dans le même repère.

DECTP

BACCALAUREAT TECHNIQUE

SESSION DE : 2014

SERIE : F1– F4

EPREUVE DE : mathématiques

DUREE:

Exercice 1 :

Soit EFG un triangle équilatéral de sens direct, H le pied de la hauteur issue de G, H_1 le projeté orthogonal de H sur $[EG]$.

a. Calculer le rapport $\frac{H_1G}{H_1E}$

Déterminer les centre des similitudes directes d'angles 0 ouπ transformant E en G.

déterminer l'ensemble K des points M du plan tels que MG = 3ME

b. Construire le centre Ω de la similitude directe S de rapport 3 et d'angle $-\frac{\pi}{3}$, telle que S(E) = G

Exercice 2 :

a. Calculer sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ la dérivée de la fonction : $f: x \mapsto (2x+1)^{\frac{3}{2}}$

b. Calculer $\int_0^1 \sqrt{2x+1}\,dx$

c. Calculer au moyen d'une intégration par parties l'intégrale :

$$\int_0^1 \frac{x+3}{\sqrt{2x+1}}dx$$

Problème :

Partie A :

1. Etudier les variations de g définie par $g(x) = x + 2lnx - 2$
2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique sur l'intervalle $]1;2[$. Déduire le signe de $g(x)$ sur son ensemble de définition.

Partie B :

On considère la fonction $f(x) = \begin{cases} \sqrt{|4-x^2|} & si\, x \leq 2 \\ \frac{(x-2)lnx}{x} & si\, x > 2 \end{cases}$

et (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(0,\vec{\imath},\vec{\jmath}\,)$ unité : 2cm

1- Déterminer son ensemble de définition
2- Etudier la continuité et la dérivabilité aux points -2 et 2
3- a) Etudier les variations de f.
   b) tracer sa courbe (C)
4- soit h la restriction de f sur l'intervalle] 2, +∞ [
   a) Monter que h est une bijection de]2,+∞[sur un intervalle J que l'on déterminera.
   b) Soit h^{-1} la bijection réciproque de h, dresser le tableau de variation de h^{-1} et tracer dans le même repère la courbe (C^{-1}) de h^{-1}.
5- Soit la fonction F définie par : $F(x) = xlnx - x(\ln x)^2$
   a) Déterminer la dérivée F'
   b) Déduire l'aire de la partie limitée par les droites d'équations $x = 3$, $x = 4$, la courbe(C) et l'axe des abscisses.
6- a) Tracer la courbe (C_t) de la fonction t définie par $t(x) = -f(x)$ sur [-2, 2]
   b) Caractériser l'ensemble formé par l'union des courbes (C_f) et (C_t).

BACCALAUREAT TECHNIQUE
SESSION DE : 2015
SERIE : F4
EPREUVE DE : Maths
DUREE: 4 h

Exercice 1

Soit la suite $(U_n)n \geq 0$ définie par $U_n = \int_n^{n+1} 2e^{-2x}dx$.

1. Calculer U_o
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = e^{-2n}(1 - e^{-2})$.
3. Montrer que la suite $(U_n)n \geq 0$ est une suite géométrique dont on précisera la raison.
4. On pose $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$. exprimer S_n en fonction de n et calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$

Exercice 2

L'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$ est muni de la base canonique $B = (\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. On considère l'application linéaire de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$ définie par $f(\vec{\imath}) = 2\vec{\imath} + \vec{\jmath}$, $f(\vec{\jmath}) = -\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + \vec{k}$, et $f(\vec{k}) = \vec{\jmath} - \vec{k}$

1. Donner la matrice M associée à f
2. Soit le vecteur $\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$ de $\mathbb{R}^3$ et $\vec{u'} = f(\vec{u})$. Exprimer $\vec{u'}$ en fonction des vecteurs $f(\vec{\imath})$, $f(\vec{\jmath}) et f(\vec{k})$.
3. Donner l'expression des coordonnées x', $y' et\ z'$ du vecteur $\vec{u}'$ en fonction de $x, y\ et\ z$.
4. Déterminer$Kerf\ et\ Imf$. L'application f est-elle injective ?

Problème

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{lnx}{(\ln x)^2 + lnx + 1} \\ f(0) = 0, \end{cases}$

Et soit (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ unité graphique : 1cm.

1. a) Etudier la continuité de f en 0 ;
   b) f est elle dérivable en 0 ?
2. Dresser le tableau de variation de f.
3. déterminer une équation de la tangente à (C_f) au point 1
4. construire (C_f).

Soit g la restriction de f à l'intervalle $I =]0\ ; 1]$.

1. Montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on précisera. En déduire que g admet une réciproque g^{-1}.
2. Sans calculer $g^{-1}(x)$, déterminer les variations de g^{-1}.
3. Tracer sa représentation graphique (C_{g-1}) sur le même repère que (C_f).
4. Soit φ la fonction complexe de $\mathbb{C}$ vers $\mathbb{C}$ définie par $\varphi(z) = \frac{z}{z^2+z+1}$ où z est un nombre complexe.
   a) On pose $T = \varphi(-1 + i)$; calculer $T, \frac{1}{T}\ et\ T^2$
   b) Ecrire $T\ et\ T^2$sous la forme algébrique, puis trigonométrique.

BACCALAUREAT TECHNIQUE

SESSION DE : 2015

SERIE : F1

EPREUVE DE : Mathématiques

DUREE : 4 heures

Exercice 1

1) Résoudre dans $\mathbb{C}^2$ le système suivant :

$$\begin{cases} 2Z_1 + Z_2 = 2\sqrt{3} \\ iZ_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}Z_2 = -1 \end{cases}$$

2) Résoud dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{lnx+2}{lnx-1} < 0$

Exercice 2

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par $U_0 \in [0,1]$ et par la relation de récurrence :

$U_{n+1} = \sqrt{\frac{1+U_n}{2}}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

1) Montre que $\forall\, n \in \mathbb{N}$ on a : $0 \leq U_n \leq 1$
2) Montre que la suite (U_n) est croissante.
3) Déduis-en que la suite (U_n) admet une limite que l'on calculera.
4) On pose $U_0 = cos\theta$, où $\theta \in [0; \frac{\pi}{2}]$
   a) Démontre par récurrence que $U_n = (cos\frac{\theta}{2^n})$
   b) Calcule la limite de U_n quand n tend vers $+\infty$

Problème

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, d'unité graphique : 5cm.

On considère la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]-1\ ;\ 1]$ par :

$f(x) = \dfrac{e^x}{\sqrt{x+1}}$ et (C) sa courbe représentative

Partie A

1°/ Etudie les variations des f sur $]-1\ ;\ 1]$.

2°/ Détermine le coefficient directeur de la tangente (T) à(C) au point d'abscisse $x = 0$

3°/ construis la tangente (T) et trace la courbe (C).

BACCALAUREAT 2015

BACCALAUREAT TECHNIQUE

SESSION DE : 2015

SERIE : F1

EPREUVE DE : Mathématiques

DUREE : 4 heures

Exercice 1

1) Résoudre dans $\mathbb{C}^2$ le système suivant :

$$\begin{cases} 2Z_1 + Z_2 = 2\sqrt{3} \\ iZ_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} Z_2 = -1 \end{cases}$$

2) Résoud dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{lnx+2}{lnx-1} < 0$

Exercice 2

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par $U_0 \in [0,1]$ et par la relation de récurrence : $U_{n+1} = \sqrt{\frac{1+U_n}{2}}$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$.

1) Montre que $\forall\, n \in \mathbb{N}$ on a : $0 \leq U_n \leq 1$
2) Montre que la suite (U_n) est croissante.
3) Déduis-en que la suite (U_n) admet une limite que l'on calculera.
4) On pose $U_0 = cos\theta$, où $\theta \in [0; \frac{\pi}{2}]$
   a) Démontre par récurrence que $U_n = (cos\frac{\theta}{2^n})$
   b) Calcule la limite de U_n quand n tend vers $+\infty$

Problème

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, d'unité graphique : 5cm.

On considère la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]-1\,;\,1]$ par :

$f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x+1}}$ et (C) sa courbe représentative

Partie A

1°/ Etudie les variations des f sur $]-1\,;\,1]$.

2°/ Détermine le coefficient directeur de la tangente (T) à(C) au point d'abscisse $x = 0$

3°/ construis la tangente (T) et trace la courbe (C).

1. Etudie les variations de la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;\frac{1}{2}]$ par

   $g(x) = 1 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2.$
2. On se propose de tracer sur la figure de la partie A, la courbe représentative(Cg) de g.
   a) Montre que (C) et (Cg) ont même tangente au point d'abscisse $x = 0$
   b) Calcule les ordonnées des points de la courbe (Cg) d'abscisses respectives $0{,}1$; $0{,}2$; $0{,}3$; $0{,}4$ *et* $0{,}5$.
   Place ces points sur la figure de la partie A. et vérifie ainsi que (Cg) coïncide pratiquement avec (C) sur l'intervalle $[0\,;\frac{1}{2}]$.
3. Pour déterminer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), l'axe (ox), l'axe (oy) et la droite d'équation $x = \frac{1}{2}$, on convient donc de remplacer le calcul de cet aire par celui de l'aire A de la partie du plan limitée par (Cg), l'axe (ox), l'axe (oy) et la droite d'équation $x = \frac{1}{2}$.
   Calculer A en unité d'aire.
4. Donne une valeur approchée de cette aire A, exprimée en cm^2, à 10^{-3} près.

BACCALAUREAT 2015

BACCALAUREAT TECHNIQUE

SESSION DE : 2015

SERIE : F4

EPREUVE DE : Maths

DUREE: 4 h

Exercice 1

Soit la suite $(U_n)n \geq 0$ définie par $U_n = \int_n^{n+1} 2e^{-2x} dx$.

1. Calculer U_o
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = e^{-2n}(1 - e^{-2})$.
3. Montrer que la suite $(U_n)n \geq 0$ est une suite géométrique dont on précisera la raison.
4. On pose $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$. exprimer S_n en fonction de n et calculer $\lim_{n \to +\infty} S_n$

Exercice 2

L'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$ est muni de la base canonique $B = (\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. On considère l'application linéaire de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$ définie par $f(\vec{\imath}) = 2\vec{\imath} + \vec{\jmath}$, $f(\vec{\jmath}) = -\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + \vec{k}$, et $f(\vec{k}) = \vec{\jmath} - \vec{k}$

1. Donner la matrice M associée à f
2. Soit le vecteur $\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$ de $\mathbb{R}^3$ et $\vec{u'} = f(\vec{u})$. Exprimer $\vec{u'}$ en fonction des vecteurs $f(\vec{\imath})$, $f(\vec{\jmath}) et f(\vec{k})$.
3. Donner l'expression des coordonnées x', $y' et\ z'$ du vecteur $\vec{u}'$ en fonction de $x, y\ et\ z$.
4. Déterminer$Kerf\ et\ Imf$. L'application f est-elle injective ?

Problème

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{lnx}{(\ln x)^2 + lnx + 1} \\ f(0) = 0, \end{cases}$

Et soit (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ unité graphique : 1cm.

1. a) Etudier la continuité de f en 0 ;
   b) f est elle dérivable en 0 ?
2. Dresser le tableau de variation de f.
3. déterminer une équation de la tangente à (C_f) au point 1
4. construire (C_f).

Soit g la restriction de f à l'intervalle $I =]0 ; 1]$.

1. Montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on précisera. En déduire que g admet une réciproque g^{-1}.
2. Sans calculer $g^{-1}(x)$, déterminer les variations de g^{-1}.
3. Tracer sa représentation graphique (C_{g-1}) sur le même repère que (C_f).
4. Soit φ la fonction complexe de $\mathbb{C}$ vers $\mathbb{C}$ définie par $\varphi(z) = \frac{z}{z^2+z+1}$ où z est un nombre complexe.
   a) On pose $T = \varphi(-1+i)$; calculer $T, \frac{1}{T}\ et\ T^2$
   b) Ecrire $T\ et\ T^2$ sous la forme algébrique, puis trigonométrique.

BACCALAUREAT 2015

BACCALAUREAT TECHNIQUE

SESSION DE : 2015

SERIE : F4

EPREUVE DE : Maths

DUREE: 4 h

Exercice 1

Soit la suite $(U_n)n \geq 0$ définie par $U_n = \int_n^{n+1} 2e^{-2x}dx$.

1. Calculer U_o
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = e^{-2n}(1 - e^{-2})$.
3. Montrer que la suite $(U_n)n \geq 0$ est une suite géométrique dont on précisera la raison.
4. On pose $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$. exprimer S_n en fonction de n et calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$

Exercice 2

L'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$ est muni de la base canonique $B = (\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. On considère l'application linéaire de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$ définie par $f(\vec{\imath}) = 2\vec{\imath} + \vec{\jmath}$, $f(\vec{\jmath}) = -\vec{\imath} + \overrightarrow{3\jmath} + \vec{k}$, et $f(\vec{k}) = \vec{\jmath}' - \vec{k}$

1. Donner la matrice M associée à f
2. Soit le vecteur $\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$ de $\mathbb{R}^3$ et $\vec{u'} = f(\vec{u})$. Exprimer $\vec{u'}$ en fonction des vecteurs $f(\vec{\imath})$, $f(\vec{\jmath}) et f(\vec{k})$.
3. Donner l'expression des coordonnées $x', y' et\ z'$ du vecteur $\vec{u}'$ en fonction de $x, y\ et\ z$.
4. Déterminer$Kerf\ et\ Imf$. L'application f est-elle injective ?

Problème

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{lnx}{(\ln x)^2 + lnx + 1} \\ f(0) = 0, \end{cases}$

Et soit (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ unité graphique : 1cm.

1. a) Etudier la continuité de f en 0 ;
   b) f est elle dérivable en 0 ?
2. Dresser le tableau de variation de f.
3. déterminer une équation de la tangente à (C_f) au point 1
4. construire (C_f).

Soit g la restriction de f à l'intervalle $I =]0\,;1]$.

1. Montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on précisera. En déduire que g admet une réciproque g^{-1}.
2. Sans calculer $g^{-1}(x)$, déterminer les variations de g^{-1}.
3. Tracer sa représentation graphique (C_{g-1}) sur le même repère que (C_f).
4. Soit φ la fonction complexe de $\mathbb{C}$ vers $\mathbb{C}$ définie par $\varphi(z) = \frac{z}{z^2+z+1}$ où z est un nombre complexe.
   a) On pose $T = \varphi(-1 + i)$; calculer $T, \frac{1}{T}\ et\ T^2$
   b) Ecrire $T\ et\ T^2$ sous la forme algébrique, puis trigonométrique.

BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE				
SERIE : F1 – F2 – F3 – F4	DUREE : 04 HEURES	COEF :	FEUILLE : 1/2	SESSION : 2016
EPREUVE : MATHEMATIQUES Documents autorises : Néant				

EXERCICE 1

1 - Résous dans C^2, le système suivant :

$$\begin{cases} 2z_1 - (4-i)z_2 = -1 - 14i \\ \frac{1}{2}iz_1 - (2 - zi)z_2 = -\frac{1}{17} - \frac{11}{2}i \end{cases}$$

2- a) Ecris $\mathbb{Z}_1$ et $\mathbb{Z}_2$ sous la forme trigonométrique.

b) Déduis la valeur de $\mathbb{Z}_1^{10}$.

EXERCICE 2 (4pts)

Le plan vectoriel $\mathbb{R}^2$ étant muni de la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$

On considère l'endomorphisme f tel que :

$$f(\vec{\imath}) = m\vec{\imath} + \vec{\jmath} \ et \ f(\vec{\jmath}) = \vec{\imath} + m\vec{\jmath}; \quad m \in \mathbb{R}$$

1) Détermine le réel m pour lequel f est une symétrie vectorielle. Donne alors son axe et sa direction.

2) Les vecteurs $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ étant les vecteurs de l'axe et la direction de f, prouve que la famille $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})'$ est une base de $\mathbb{R}$ et exprime ensuite la matrice de f dans cette base.

3) Peut-on trouver m de manière que f soit une projection vectorielle ?

BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE				
SERIE : F1 – F2 – F3 – F4	DUREE : 04 HEURES	COEF :	FEUILLE : 2/2	SESSION : 2016
EPREUVE : MATHEMATIQUES Documents autorisés : Néant				

PROBLEME

On considère la fonction numérique f définie par :

$$f(x) = 2e^{\frac{1}{2}x} - e^{-3x}$$

On considère par (C), sa courbe représentative dans le plan rapporté du repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) Etudie les variations de f.
2) Etudie les branches infinies de la courbe de f.
3) Montre que la courbe (C) coupe l'axe des abscisses en un point unique x_0, élément de l'intervalle $]-1\,;\,0[$.
4) Ecris l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 0.
5) Trace (C) et (T)
6) a) Montre que f est une bijection de R sur un ensemble à préciser.

   b) Soit f^{-1} la bijection réciproque de f :

   Trace (C^{-1}), la courbe représentative de f^{-1} dans le même repère que (C).

BACCALAUREAT TECHNIQUE				
SERIES : FI – F4	DUREE : 4 HEURES	COEF : 4	FEUILLE : 1/1	SESSION : 2017
EPREUVE : MATHEMATIQUES				

Exercice 1 :

On considère l'équation différentielle (E): $y'' - 4y' + 4y = 0$.

1- Résous l'équation (E).

2- Détermine la solution de (E) dont la courbe représentative (C) passe par le point $A(0\,;1)$ et admet en ce point une tangente horizontale.

Exercice 2 :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1- Détermine la nature et les éléments géométriques de la courbe (Γ) d'équation : $4x^2 + y^2 - 8x - 4y + 7 = 0$.

2- Représente (Γ).

3- Donne une représentation paramétrique de (Γ) dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Problème :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Unité :$2cm$.

On considère la fonction numérique f définie par :

$$f(x) = x^2 e^{1-x} .$$

On désigne par (C) sa courbe représentative.

1- Montre que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

2- Etudie les variations de f.

3- Trace (C).

4- Soit n un entier naturel non nul.

On considère l'intégrale I_n définie par : $I_n = \int_0^1 x^n e^{1-x}\, dx$.

a) Calcule I_1.

b) Par une intégration par parties, trouve une relation de récurrence liant I_{n+1} et I_n.

c) En déduis l'aire du domaine limité par la courbe de f, l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

BACCALAUREAT TECHNIQUE				
SERIE : F1 – F4	DUREE : 03 HEURES	COEF :	FEUILLE : 1/2	SESSION : 2018
EPREUVE : MATHEMATIQUES				

M.E.T.P.F.Q.E. REP. DU CONGO SUJETS LE DIRECTEUR DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS TECHNIQUES ET PROFESSIONNELS

Exercice 1 : (5 pts)

On considère une équation différentielle (E): $y'' + 2y' + y = 0$.

1- Détermine la solution générale de l'équation différentielle (E)

2- Détermine la fonction f solution de (E) dont la courbe admet au point $A(1; 0)$ une tangente de pente $\frac{1}{e}$.

3- Calcule $I = \int_0^1 (x-1)e^{-x}dx$ en utilisant une intégration par parties.

Exercice 2 : (5 pts)

On considère la suite $(\mathcal{U}_n)$ définie par :

$$\begin{cases} \mathcal{U}_0 = 1 \\ \mathcal{U}_{n+1} = (1 + i\sqrt{3})\mathcal{U}_n + 3. \end{cases}$$

On pose pour $n \in \mathbb{N}$: $\mathcal{V}_n = \mathcal{U}_n - i\sqrt{3}.$

1- Donne une expression de $\mathcal{V}_{n+1}$ en fonction de $\mathcal{V}_n$, déduis la nature de la suite $(\mathcal{V}_n)$.

2- Ecris $\mathcal{V}_n$ puis $\mathcal{U}_n$ en fonction de n.

3- Calcule $S_n = \mathcal{V}_0 + \mathcal{V}_1 + \cdots + \mathcal{V}_{n-1}$.

Problème : (10 pts)

Soit la fonction f de la variable réelle x définie par :

$$\begin{cases} f(x) = 2x + x\ln x^2 & si \ x \neq 0 \\ f(0) = 0 \ . \end{cases}$$

M.E.T.P.F.Q.E. REP. DU CONGO SUJETS LE DIRECTEUR DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS TECHNIQUES ET PROFESSIONNELS

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1- Détermine l'ensemble de définition de f.

2- Etudie la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 0$.

3- Détermine trois points d'intersection de $(\mathcal{C})$ et l'axe des abscisses.

4- Vérifie que f est impaire.

5- Etudie les variations de f.

6- Trace sa courbe $(\mathcal{C})$.

7- Calcule l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \frac{1}{e}$.

M.E.T.P.F.Q.E. * REP. DU CONGO * DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS TECHNIQUES ET PROFESSIONNELS * SUJETS LE DIRECTEUR

BACCALAUREAT TECHNIQUE				
SERIE : F1 – F4	DUREE : 04 HEURES	COEF : 4	FEUILLE : 1/2	SESSION : 2019
EPREUVE : MATHEMATIQUES				

Exercice 1 : (5pts)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$. On considère la suite (z_n) définie par $z_0 = 8$ et $z_{n+1} = \frac{3-i\sqrt{3}}{4} z_n$.

1- Vérifie que $\frac{3-i\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} e^{-i\frac{\pi}{6}}$ et donne sous forme exponentielle chacun des nombres complexes z_1 et z_2.

2- Montre que le nombre complexe z_3 est un imaginaire pur.

3- Démontre par récurrence que $z_n = 8(\frac{\sqrt{3}}{2})^n e^{-in\frac{\pi}{6}}$.

4- Détermine la nature et la limite de la suite (U_n) de terme général $U_n = |z_n|$.

Exercice 2 : (5pts)

On considère l'équation différentielle (E) : $9y'' + y = 0$.

1- Intègre l'équation différentielle (E) et détermine une solution particulière f qui prend la valeur 1 pour $x = 0$ et dont la dérivée est égale à $\frac{1}{3}$ pour $x = 0$.

2- Montre que pour tout réel x, $f(x) = A\cos(\omega x + \varphi)$ où $A > 0$, ω et φ sont des constantes réelles à déterminer.

3- Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos\frac{x}{3} + \sin\frac{x}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Soit y(a) = 1 l'équation particulière du second degré ... f(0) = 1/3

$9(a) a + 1 a + \frac{1}{3} = 0$

$\Delta = b$

$y = (\cos 1x + \sin 1)$

BACCALAUREAT TECHNIQUE				
SERIE : F1 – F4	DUREE : 04 HEURES	COEF : 4	FEUILLE : 2/2	SESSION : 2019
EPREUVE : MATHEMATIQUES				

M.E.T.P.F.Q.E. REP DU CONGO SUJETS LE DIRECTEUR DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS TECHNIQUES ET PROFESSIONNELS

Problème (10pts)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par $f(x)=\frac{1+lnx}{x^2}$ et soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan.

1- Montre que la fonction F définie par $F(x)=\frac{-2-lnx}{x}$ est une primitive de la fonction f sur $]0,+\infty[$.

2- Résous sur l'intervalle $]0;+\infty[$ l'inéquation $-1-2lnx>0$.

3- Dresse le tableau de variation de la fonction f.

4- Détermine les asymptotes éventuelles à la courbe $\mathcal{C}$.

5- Montre que la courbe $\mathcal{C}$ a un unique point d'intersection avec l'axe des abscisses, dont on précisera les coordonnées.

6- Construis la courbe $\mathcal{C}$ de f.

7- Pour tout entier $n\geq 1$, on note I_n l'aire exprimée en unités d'aire du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe $\mathcal{C}$ et les droites d'équations $x=\frac{1}{e}$ et $x=n$. Exprime I_n en fonction de n et calcule la limite $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$.

M.E.T.P.F.Q.E. REP DU CONGO SUJETS LE DIRECTEUR DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS TECHNIQUES ET PROFESSIONNELS

BACCALAUREAT TECHNIQUE				
SERIE: FI - F4	DUREE: 04 HEURES	COEF: 4	FEUILLE: 1/2	SESSION 2020
EPREUVE: MATHEMATIQUES				

Exercice 1: (4 pts)

Dans plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère l'ensemble (Γ) des points $M(x,y)$ du plan tels que : $x^2+4y|y|-2x-3=0, \quad (x,y)\in\mathbb{R}^2$

1- Précise suivant les valeurs de y $(y\geq 0$ et $y\leq 0)$ la nature et les éléments caractéristiques de (Γ).

2- Construis la courbe (Γ).

3- Construis la courbe (Γ') image de (Γ) par la symétrie d'axe $(O,\vec{\imath})$.

Exercice 2: (4points)

Soit n un entier naturel supérieur à 2 et f_n une fonction définie sur l'intervalle $]O,+\infty[$ par $f_n(x)=x^n(2lnx-1)$.

1) Détermine la fonction dérivée f' et démontre qu'elle s'annule une seule fois sur $]O,+\infty[$ en un réel a_n.

2-a) Exprime a_n en fonction de n.

b) Démontre que pour tout entier $n\geq 2$, on a: $1\leq a_n<\sqrt{e}$.

c) Etudie les variations de la suite (a_n).

d) Précise le comportement de (a_n) quand n tend vers $+\infty$.

BACCALAUREAT TECHNIQUE				
SERIE : F1 - F4	DUREE : 04 HEURES	COEF : 4	FEUILLE : 2/2	SESSION 2020
EPREUVE : MATHEMATIQUES				

Problème : (12 pts)

A/- On considère la fonction g de $\mathbb{R}^+$ dans $\mathbb{R}$, définie par $g(x) = \frac{x}{1+x} - \ln(1+x)$.

1- Etudie les variations de $g(x)$.

2- a)- Détermine $g(\mathbb{R}^+)$.

b)- Déduis le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}^+$.

3- Trace la courbe représentative (C) de g dans un repère orthogonal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, unité graphique : $2cm$.

SUJETS LE DIRECTEUR M.E.T.P.F.Q.E. REP. DU CONGO DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS TECHNIQUES ET PROFESSIONNELS

B/- On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^{-x}\ln(1+e^{-x}).$$

et (C') sa courbe représentative dans le repère précédent.

1- Montre que $f'(x)$ a le même signe que $g(e^{-x})$. En déduis le sens de variation de la fonction f.

2- Exprime $f(x)$ en fonction de $u' = e^{-x}$. Déduis-en la limite de f lorsque x tend vers $-\infty$.

3- En utilisant l'égalité $1 + e^x = e^x(1+e^{-x})$, trouve la limite de f lorsque x tend vers $+\infty$.

4- Trace la courbe (C') de f.

SUJETS LE DIRECTEUR M.E.T.P.F.Q.E. REP. DU CONGO DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS TECHNIQUES ET PROFESSIONNELS

5- On pose : $f(a) = \int_0^a f(x)\,dx$. $(a > 0)$

a)- Montre que : $\frac{e^{-2x}}{1+e^{-x}} = e^{-x} - \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$

b)- A l'aide d'une intégration par parties, calcule $F(a)$.

c)- Que représente $F(a)$? Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} F(a)$.

BACCALAUREAT TECHNIQUE				
SERIE : F1-F4	DUREE : HEURES	COEF : 4	FEUILLE : 1/1	SESSION : 2021
EPREUVE : MATHEMATIQUES				

Exercice1 : (5 points)

Soit le polynôme $f(z) = z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i$.

1- Montrer que l'équation $f(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure que l'on déterminera.

2- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $f(z) = 0$.

3- Soit les points A, B, C du plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'affixes respectives $z_A = i$; $z_B = 2+3i$; $z_C = 2-3i$.

a) Déterminer l'écriture complexe de la translation t de vecteur $\vec{u} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ qui transforme B en B'.

b) Déterminer l'écriture complexe de l'homothétie h de centre B et de rapport 5 qui transforme C en C'.

c) Déterminer l'écriture complexe de la rotation r de centre B et d'angle $\frac{\pi}{4}$ qui transforme A en A'.

Exercice 2 : (4 points)

Soit la suite (u_n) définie par : $u_n = \int_n^{n+1} e^{-\frac{1}{2}x} \quad dx \quad pour \ n \in \mathbb{N}$

1- Calcule u_n en fonction de n.

2- Montre que (u_n) est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.

3- Calcule la somme $S_n = \sum_{i=0}^{n} U_i$.

4- Détermine $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$.

Problème : (11 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère la fonction g définie sur $\mathbb{R} - \{-2\}$ par $g(x) = \frac{1}{|x+2|} - x$ et la fonction f définie sur $]-2, +\infty[$ par $f(x) = \ell n(x+2) - \frac{1}{2}(x^2 - 1)$.

1- Ecrire $g(x)$ sans le symbole de la valeur absolue et étudier les limites de g aux bornes de l'ensemble de définition. On précisera les asymptotes à la courbe $\mathcal{C}_g$ de g.

2- Calculer la fonction dérivée de g et en déduire les variations de g.

3- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $g(x) = 0$.

4- Vérifier que f est la primitive de g sur $]-2, +\infty[$ puis s'annule en -1.

5- Etudier les limites de $f(x)$ aux bornes de son ensemble de définition.

6- Dresser le tableau de variation de f.

7- Tracer la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f.

8- Préciser les ordonnées des points d'abscisse 1 et 2 de cette courbe $(\mathcal{C}_f)$.

BACCALAUREAT TECHNIQUE				
SERIE : F1-F4	DUREE : HEURES	COEF : 4	FEUILLE : 1/1	SESSION : 2021
EPREUVE : MATHEMATIQUES				

Exercice1 : (5 points)

Soit le polynôme $f(z) = z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i$.

1- Montrer que l'équation $f(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure que l'on déterminera.

2- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $f(z) = 0$.

3- Soit les points A, B, C du plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'affixes respectives $z_A = i$; $z_B = 2+3i$; $z_C = 2-3i$.

a) Déterminer l'écriture complexe de la translation t de vecteur $\vec{u} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ qui transforme B en B'.

b) Déterminer l'écriture complexe de l'homothétie h de centre B et de rapport 5 qui transforme C en C'.

c) Déterminer l'écriture complexe de la rotation r de centre B et d'angle $\frac{\pi}{4}$ qui transforme A en A'.

Exercice 2 : (4 points)

Soit la suite (u_n) définie par : $u_n = \int_n^{n+1} e^{-\frac{1}{2}x}\ dx \quad pour\ n \in \mathbb{N}$

1- Calcule u_n en fonction de n.

2- Montre que (u_n) est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.

3- Calcule la somme $S_n = \sum_{i=0}^{n} U_i$.

4- Détermine $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$.

Problème : (11 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$, on considère la fonction g définie sur $\mathbb{R} - \{-2\}$ par $g(x) = \frac{1}{|x+2|} - x$ et la fonction f définie sur $]-2\,,+\infty[$ par $f(x) = \ell n(x+2) - \frac{1}{2}(x^2-1)$.

1- Ecrire $g(x)$ sans le symbole de la valeur absolue et étudier les limites de g aux bornes de l'ensemble de définition. On précisera les asymptotes à la courbe $\mathcal{C}_g$ de g.

2- Calculer la fonction dérivée de g et en déduire les variations de g.

3- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $g(x) = 0$.

4- Vérifier que f est la primitive de g sur $]-2\,,+\infty[$ puis s'annule en -1.

5- Etudier les limites de $f(x)$ aux bornes de son ensemble de définition.

6- Dresser le tableau de variation de f.

7- Tracer la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f.

8- Préciser les ordonnées des points d'abscisse 1 et 2 de cette courbe $(\mathcal{C}_f)$.

M.E.T.P.F.Q.E. REP. DU CONGO SUJETS LE DIRECTEUR DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS TECHNIQUES ET PROFESSIONNELS

BACCALAUREAT TECHNIQUE				
SERIES : F1 – F4	DUREE : HEURES	COEF. :	FEUILLE : 1/2	SESSION 2023
EPREUVE : MATHEMATIQUES				

EXERCICE 1 : (04 points)

1) Soit l'équation (E) définie dans $\mathbb{C}$ telle que
$z^3 + (-6 - i)z^2 + (11 + 4i)z - 6 - 3i = 0.$
   a) Vérifie que $Z_1 = 3$ est solution de l'équation E.
   b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).
2) Soit le plan complexe $\mathbb{C}$ rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. On donne les points A, B, C d'affixes respectives $Z_A = 1$; $Z_B = 2 + i$, $Z_C = 3$.
   a) Détermine l'écriture complexe de la similitude plane directe S qui transforme A en B et B en C.
   b) Détermine la nature et les éléments caractéristiques de S.

EXERCICE 2 : (04 points)

Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ qui associe à tout élément (x, y, z) de $\mathbb{R}^3$ l'élément (x', y', z') de $\mathbb{R}^3$ défini par :

$$\begin{cases} x' = y + z \\ y' = x + y + z \\ z' = x. \end{cases}$$

1) Détermine $f(\vec{i})$, $f(\vec{j})$, $f(\vec{k})$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de $\mathbb{R}^3$.
2) En déduis la matrice de f dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
3) a)- Quelles conditions faut-il remplir pour qu'un ensemble sous-ensemble (C) de $\mathbb{R}^3$ soit un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
   b)- Montre que l'ensemble $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x - y + z = 0\}$ est un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
4) Détermine le noyau de f et en donne une base $(\vec{e}_1)$.
5) Détermine l'image de f et en donne une base $(\vec{e}_2, (\vec{e}_3)$.

BACCALAUREAT TECHNIQUE				
SERIES: F1 – F4	DUREE: HEURES	COEF.:	FEUILLE: 2/2	SESSION 2023
EPREUVE: MATHEMATIQUES				

EXERCICE 3: (09 points)

1) On considère la fonction numérique g définie par: $g(x) = (2x+1)e^{x} + 1$.
   a) Justifie que $\lim_{x\to-\infty} g(x) = 1$ et $\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$.
   b) Calcule $g'(x)$ et dresse le tableau de variation de g.
   c) En déduis que pour tout réel x, $g(x) > 0$.

2) On considère la fonction numérique f définie par: $f(x) = x + 2 + (2x-1)e^{x}$.
   Soit $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
   a) Montre que $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.
   b) Calcule et interprète graphiquement $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.
   c) Montre que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est une asymptote à $(\mathcal{C})$ au voisinage de $-\infty$ puis détermine leurs positions relatives.

3) Ecris $f'(x)$ en fonction de $g(x)$ et dresse le tableau de variation de f.

4) a)- Montre que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on déterminera.
   b)- Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α puis vérifie que: $-0{,}86 < \alpha < -0{,}85$.

5) a)- Montre qu'il existe un unique point A en lequel la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ est parallèle à l'asymptote oblique. Précise les coordonnées de A et donne l'équation (T).
   b)- Construis la courbe $(\mathcal{C})$, la tangente (T) et l'asymptote (D).

EXERCICE 4: (03 points)

10 délégués de classes se réunissent pour former le bureau du foyer.

1) Sachant qu'un bureau est composé de 3 membres, quel est le nombre de bureaux possibles ?

2) Sachant qu'un bureau est composé d'un président, d'un trésorier et d'un secrétaire, quel est le nombre de bureaux possibles
   a) Si l'on suppose qu'il n'y a pas de cumul ?
   b) Si l'on suppose qu'il y a cumul ?

EXAMEN	: Baccalauréat Technique
Session du	: 11 Juin 2024
Epreuve de	: MATHEMATIQUES
Coefficient	: 4
Durée	: 4 heures
Séries	: F1-F4
Documents autorisés	: Néant

Exercice 1 : (5pts)

le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1- Résoudre dans l'ensemble C des nombres complexes l'équation (E) : $\frac{1}{4}z^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}z = -1$. (1pt)

2- On considère les points A et B d'affixes respectifs $z_A = \sqrt{3} - i$, $z_B = \sqrt{3}+i$ et C le milieu du segment [OB] d'affixe Zc.

a- Déterminer la forme exponentielle de Z_A et Z_C. (1pt)

b- Placer les points A, B et C en prenant 2 cm pour unité. (0,75pt))

C- Montrer que le triangle OAB est équilatéral. (0,5pt)

3- Soit D l'image de C par la rotation de centre O, d'angle $\theta = -\frac{\pi}{2}$ et E l'image de D par la translation t de vecteur $2\vec{v}$.

a- Calculer l'affixe du point D puis montrer que $z_E = \frac{1}{2}[1 + i(4 - \sqrt{3})]$. (1,5pt)

b- Montrer que $OE = BE = \sqrt{5 - 2\sqrt{3}}$. (0,25 pt)

Exercice 2 : (4pts)

Soit E un espace vectoriel muni d'une base $B = (\vec{i}, \vec{j})$ et f l'endomorphisme de E défini dans B.

par la matrice $A = \begin{pmatrix} \frac{-1}{4} & \frac{-3}{2} \\ \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix}$

Soit $\lambda \in R$, on désigne par E_λ l'ensemble des vecteurs $\vec{u}$ tels que $f(\vec{u}) = \lambda \vec{u}$.

1- Montrer que si $\lambda \notin \{\frac{1}{2} ; \frac{1}{4}\}$ alors $E_\lambda = \{\vec{O}\}$. (1pt)

2- Montrer que $E_{\frac{1}{2}}$ la droite vectorielle engendrée par $\vec{e_1} = -2\vec{i} + \vec{j}$ et $E_{\frac{1}{4}}$ est la droite vectorielle engendrée par $\vec{e_2} = -3\vec{i} + \vec{j}$. (0,75pt)

3- Vérifier que $(\vec{e_1}, \vec{e_2})$ est une base de E. (0,5pt)

4- a- Exprimer le vecteur $\vec{U_0} = -5\vec{i} + 2\vec{j}$ dans B'. (0,5pt)

b/ Déterminer la matrice de f dans B'. (0,5 pt)

c/ On définit une suite de vecteurs par la relation $U_{n+1} = f(u_n)$. Quelles sont dans B' les coordonnées de U_n ? (0,75 pt)

Exercice 3 : (8pts)

On considère une suite $(U_n)_n \in N$ définie par

$$\begin{cases} U_0 = 0, \; U_1 = 1 \\ U_{n+1} = 7U_n + 8U_{n-1}, \text{ pour tout } n \geq 1 \end{cases}$$

1/ Montrer que la suite $(S_n)_n \in N$ définie par $S_n = U_{n+1} + U_n$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. En déduire S_n en fonction de n. (2pts)

2/ On pose $V_n = (-1)^n U_n$ et n considère la suite $(t_n)_n \in N$ définie par $t_n = V_{n+1} - V_n$.

a- Exprimer t_n en fonction de S_n. (1pt)

EXAMEN	: Baccalauréat Technique
Session du	: 11 Juin 2024
Epreuve de	: MATHEMATIQUES
Coefficient	: 4
Durée	: 4 heures
Séries	: F1 - F4
Documents autorisés	: Néant

M.E.T.P REP. DU CONGO SUJETS D.E.C.T.P.

b- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $t_{n+1} = -8t_n$ (1 pt) puis donner la nature de (tn). (0,5pt)

c- On pose $S = t_0 + t_1 + \ldots + t_{n-1}$. Exprimer S en fonction de n. (1pt)

d- Exprimer V_n et U_n en fonction de n. On pourra utiliser la somme $S = t_0 + t_1 + \ldots + t_{n-1}$. (1,5pt)

e- Déterminer $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{U_n}{8^n}$. (1pt)

Exercice 4 : (3pt)

Un parking a 4 voitures numérotées de 1 à 4. On considère l'épreuve qui consiste à déplacer successivement deux voitures du parking. Soit $\propto$ le produit des numéros portés sur les voitures. On considère la variable aléatoire réelle x qui à chaque déplacement associe la partie réelle de nombre complexe $z = e^{i \propto \frac{\pi}{4}}$.

1- Déterminer les valeurs prises par X. (1pt)

2- Donner la loi de probabilité de X. (1pt)

3- Calculer l'espérance mathématique et la variance de X. (1pt)

M.E.T.P REP. DU CO