MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE	BACCALAUREAT 2025	Durée : 4 H
	MATHEMATIQUES	Coef. : 3
OFFICE DU BACCALAUREAT	SERIE D	

SESSION NORMALE

Exercice 1 : **(8 pts)**

En vue de réaliser un parc d'attraction, le conseil municipal d'une commune du TOGO a initié un concours d'architecture visant à recueillir les projets d'aménagement du parc. Chakira, architecte, décide d'y participer. Elle imagine un parc circulaire, traversé par une grande voie rectiligne, deux lampadaires géants et plusieurs voies secondaires.
Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, le pourtour (C) du parc circulaire, la voie rectiligne (Δ) et les deux lampadaires sont définis de la façon suivante : soit donné un nombre complexe z d'écriture algébrique $z = x + iy$, avec $(x,y)\in IR^2$, différent de -2-3i et en notant $f(z)$ le nombre complexe $\frac{z-4-3i}{z+2+3i}$

- (C) est l'ensemble des points M d'affixe z tels que $f(z)$ soit un nombre imaginaire.
- (Δ) est l'ensemble des points M d'affixe z tels que $f(z)$ soit un nombre réel.
- Les deux lampadaires sont représentés par les points A et B d'affixes z_A et z_B tels que

$z_A = f(-2-i)$ et $f(z_B) = -i$.
Par ailleurs, l'une des voies secondaires a l'allure de la courbe (Γ), représentative dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$ de la fonction g de IR vers IR définie par $\begin{cases} g(x) = (x+1)\ln(x^2+2x+1), si\ x \neq -1 \\ g(-1) = 0 \end{cases}$

Consigne 1 : construis (Δ) ; (C) et les points A et B.
Consigne 2 : trace (Γ)

	Pertinence	Correction	Cohésion	Perfectionnement
Consigne 1	1,75	1	1	0,5
Consigne 2	1,75pt	1	1	

Exercice 2 : **(6 pts)**

(0,75ptx6

I) Choisis la bonne réponse parmi les propositions A), B), C) et D).

1) Une primitive sur IR de la fonction :$x \mapsto cosx - xsinx$ est la fonction $x \mapsto$:
A) $\cos x - \sin x$ B) $xcosx$ C) $\cos x + \sin x$ D) $-x\cos x$

2) La distance du point A (3; 2; 1) au plan $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$ est :
A) $\sqrt{6}$ B) $\sqrt{14}$ C) $\frac{6\sqrt{14}}{7}$ D) $\frac{6\sqrt{7}}{7}$

3) $\lim_{x\to-\infty}(x+4)e^{-x} =$
A) $-\infty$ B) $+\infty$ C) 0 D) 4

4) Le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$. Soit s la similitude directe de centre $P(1+i)$, de rapport 2 et d'angle de mesure $\theta = \frac{\pi}{3}$. L'écriture complexe de s est :
A) $z' = (1+i\sqrt{3})z + \sqrt{3} - i\sqrt{3}$ B) $z' = (\sqrt{3}+i)z + \sqrt{3} - i\sqrt{3}$
C) $z' = (1+i\sqrt{3})z - \sqrt{3} + i\sqrt{3}$ D) $z' = (1-i\sqrt{3})z + \sqrt{3} - i\sqrt{3}$

5) Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x}-2}{x-1}\ si\ x\in[0;1[\\ ax^2 + x + a - 6\ si\ x\in[1;+\infty[\end{cases}$ où a est un nombre réel. f est continue en 1 si et seulement si :
A) a= -2 B) a=0 C) a=3 D) a=1

6) Soit u la suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison e.

Le produit $P_n = u_0u_1u_2 \ldots\ldots u_n$ est égal à :

A) $e^{\frac{n(n+1)}{2}}$ B) $e^{n(n+1)}$ C) $e^{\frac{n(n-1)}{2}}$ D) $e^{n(n-1)}$

II) Complète sans recopier le texte. **(0,25ptx6)**

Soit f une fonction continue sur un intervalle ouvert K. Une primitive de f sur K est la fonction F ...**a**... sur K telle que pour tout x élément de K, F'(x)=...**b**...Une similitude plane directe est une transformation du plan dans lui-même, qui multiplie les ...**c**... par un nombre réel strictement positif k. Le nombre réel positif k est appelé ...**d**... de la similitude. Si le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé alors l'écriture complexe d'une similitude plane directe s est $z' = az + b$. Si a=1 alors s est une ...**e**.... Si a est un nombre réel non nul et différent de 1 alors s est une ...**f**....

Exercice 3 : **(6 pts)**

Les deux parties A) et B) sont indépendantes.

A) Une urne contient 4 boules blanches, 2 boules noires et 5 boules rouges.
On tire simultanément 3 boules de cette urne.

1) Quel est le nombre total de tirages possibles ? **(0,5 pt)**

2) Quelle est la probabilité d'avoir une boule de chaque couleur ? **(0,5pt)**

3) On définit la variable aléatoire X indiquant le nombre de boules noires parmi les 3 boules tirées simultanément.

a) Détermine les valeurs prises par X. **(0,5 pt)**

b) Détermine la loi de probabilité de X. **(1 pt)**

c) Calcule l'espérance mathématique de X ainsi que son écart –type. **(0,5 pt)**

B) On considère l'équation différentielle (E_0) : $y' = y$ où y est une fonction dérivable de la variable réelle x.

1) Résous l'équation différentielle (E_0). **(0,5 pt)**

2) On considère l'équation différentielle (E) : $y' = y - cos(x) - 3sin(x)$ où y est une fonction dérivable de la variable réelle x. Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 2cos(x) + sin(x)$.

a) Démontre que la fonction h est solution de l'équation différentielle (E). **(0,75 pt)**

b) On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
Démontre que f est solution de (E) si et seulement si $f - h$ est solution de (E_0). **(0,5 pt)**
Déduis-en toutes les solutions de l'équation différentielle (E). **(0,25 pt)**

c) Détermine l'unique solution g de l'équation différentielle (E) vérifiant g (0) = 0. **(0,5 pt)**

3) Calcule $\int_0^{\frac{\pi}{2}}[-2e^x + sin(x) + 2cos(x)]\,dx$. **(0,5 pt)**