EXAMEN D'ETAT 2025

PRATIQUE PROFESSIONNELLE DE MATHEMATIQUE

OPTION : SCIENCE

1. Dans l'échelle de calcul des limites des fonctions exponentielles et logarithmiques, l'enseignant des Maths au Complexe scolaire Maman MULEZI de Goma présente à ses élèves les fonctions suivantes : $f(x)=\frac{ex-1}{\ln(1-x)}$ et $g(x) = xe^{3-x}$

   Il leur demande de :

   a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to \infty} g(x)$

   b) Déterminer le domaine de définition de f

2. Un étudiant prépare son examen d'analyse Math et consulte un manuel de la bibliothèque qui parle des nombres complexes et trouve une équation notée : iz2 + (1-5i) z + 6i-2=0

   Après résolution, ce dernier obtient deux solutions dont :

   1. -2 et 3-i
   2. 2 et -3+i
   3. -2 et 3+i
   4. 2 et 3+i
   5. 4 et 6+i

3. On définit dans C, l'ensemble des nombres complexes la loi de composition ∗ par

   ∪z = a+bi, ∪z' = a'+b'i

   z x z' = aa' + (ab'+a'b)I avec (a, a', b, b') E R^4

   On peut montrer que (C, +, x) a la structure d'un anneau commutatif unitaire.

   Trouver le symétrique de -2-4i pour la loi ∗

4. Calculer l'aire du domaine limité par parabole $y = \frac{x2}{2}$ l'hyperbole $y = \frac{4}{x}$ et les droites x = 1 et x = 3

5. Trouver l'aire du domaine limité par la parabole y2 = 4x et la droite y = 2x-4

6. La linéarisation de l'expression $f(x) = \sin^3 x \cos^2 x$ donne :

   1. $-\frac{1}{16}(\sin 9x - \sin3x - 2\sin2x)$
   2. $-\frac{1}{16}(\sin5x - \sin x - 2\sin2x)$
   3. $-\frac{1}{16}(\sin5x - \sin3x - 2\sin x)$
   4. $-\frac{1}{16}(\sin5x - \sin7w - 2\sin x)$
   5. $-\frac{1}{16}(\sin 5x - \sin3x - 2\sin x)$

7. L'inéquation ln (2x2 – 3x) ≥ 2ln (x-6) a pour solution :

   1. ϕ
   2.]- ∞ · -12 [U] 3, 6 [4.] 6, +∞
   3.]- ∞, 0 [U] 3/2, 6 [5.] -12, 0 [U] 3/2, 6[

8. La solution de l'équation exponentielle

   $3^x = 2^{2x} + 1$ est :

   1. $\frac{\ln 3}{\ln 3-\ln 9}$ 2. $\frac{\ln 2}{\ln 3-\ln 4}$ 3. $\frac{\ln 4}{\ln 3-\ln 9}$ 4. $\frac{\ln 2}{\ln 2-\ln 9}$ 5. $\frac{\ln 2}{\ln 3-\ln 8}$

9. Dans une séance d'exercice, l'enseignant ISSA de la 4ᵉ science demande à ses élèves d'évaluer l'aire du domaine limité par les courbes d'équation $y = x^2 + 4x + 1$ et $y = 2x + 1$ dans l'intervalle [-1, 2]. Tout en consultant leurs notes, ces derniers trouvent la solution :
1. $\frac{3}{22}$ US 2. $\frac{22}{7}$ US 3. $\frac{16}{5}$ US 4. $\frac{18}{5}$ US 5. $\frac{22}{3}$ US

10. Déterminer le terme en x36 du développement par Mac Lauron de la fonction f : n $\longrightarrow$ f(x) = $e^{\frac{-x}{2}} \cdot \cos\frac{x}{2}$.

11. Calculer l'aire enfermée entre les courbes $y = x^2 + 2x + 1$, $y = x^2 - 2$, $x = 0$, $y = 0$ et $x = 2$

GEOMETRIE DESCRIPTIVE

12. On donne deux droites a et b sécantes en M. dessiner leurs projections dans les différents cas suivants :

1)
a) a est une droite horizontale et b est une droite verticale ;
b) a est une droite horizontale et b est une droite frontale
c) a est une droite horizontale et b est une droite debout ;
d) a est une droite horizontale et b est une droite de profit AB ;
e) a est une droite horizontale et b est une droite parallèle à la LT
f) f est une droite horizontale et b est une droite horizontale.

2)
a) a est une droite frontale et b est une droite verticale
b) a est une droite frontale et b est une droite debout
c) a est une droite frontale et b est une droite de profit AB
d) a est une droite frontale et b est une droite quelconque.

3)
a) a est une droite verticale et b est droite debout ;
b) a est une droite verticale et b est une droite quelconque.

13. Déterminer le point milieu P du segment AB donné et situé :

a) Sur une droite horizontale h. B est situé à 30mm à droite de A.

b) A $\begin{cases} A^f (45, 90) \\ A^h (45, 25) \end{cases}$ B $\begin{cases} A^f (45, 90) \\ A^h (45, 25) \end{cases}$ Cadre (60 x 100)

c) Sur une droite frontale f,B est situé à 25mm à gauche de A.

A $\begin{cases} A^f (45, 90) \\ A^h (45,30) \end{cases}$ B $\begin{cases} B^f (20, 75) \\ B^h (20,30) \end{cases}$ Cadre (60 x 100)

d) Sur une droite debout K

A $\begin{cases} A^f (20, 70) \\ A^h (20,30) \end{cases}$ B $\begin{cases} B^f (-, 70) \\ B^h (-,0) \end{cases}$ Cadre (40 x 80)

e) Sur une droite verticale V

A $\begin{cases} A^f(20, 75) \\ A^h(20,15) \end{cases}$ B $\begin{cases} B^f(-, 50) \\ B^h(-, -) \end{cases}$ Cadre (40 x 80)

f) Sur une droite d parallèle à LT

A $\begin{cases} A^f(16, 65) \\ A^h(16,10) \end{cases}$ B $\begin{cases} B^f(46, -) \\ B^h(46, -) \end{cases}$ Cadre (60 x 80)

14. Mener par le point E donné, une droite d qui soit sécante à une droite debout k et une droite quelconque g données. Cadre 100 x 140

E $\begin{cases} E^f(60, 110) \\ E^h(60,40) \end{cases}$ k $\begin{cases} k^f(30, 95)(-, -) \\ k^h(30,40)(-,55) \end{cases}$ g $\begin{cases} g^f(45, 105)(80, 90) \\ g^h(45,40)(80,55) \end{cases}$

On a $d \cap k = B$ et $d \cap g = A$

15. Soit un point MELT.
  a) Dessiner les projections d'une droite debout k passant par M.
  b) Dessiner les projections d'une droite horizontale t passant par M et faisant un angle de 30° avec le plan F. ouverture de l'angle à droite.
  c) Dessiner les projections d'une droite frontale ɥ passant par M et faisant un angle de 45° avec le plan H. ouverture de l'angle à gauche.

16. On donne deux droites gauches m et n. cadre 100 x 120.

m $\begin{cases} m^f(0, 90)(100, 120) \\ m^h(0,60)(100,0) \end{cases}$ n $\begin{cases} n^f(0, 120)(100, 60) \\ n^h(0,0)(100,32) \end{cases}$

  a) On considère deux points AEm et Ben, A et B ont même projection frontale horizontale. Déterminer celui en avant de l'autre.
  b) On considère deux points DEm et EEn ; D et E ont même projection horizontale. Déterminer celui qui est au-dessus de l'autre.

17. Etant donnés un point A et un plan B représenté par les droites sécantes c et d, mener par le point A, la droite m parallèlement au plan B. cadre 80 x 130.

c $\begin{cases} c^f(0, 75)(80, 130) \\ c^h(0,40)(80,10) \end{cases}$ d $\begin{cases} d^f(0, 130)(80, 94) \\ d^h(0,0)(80,36) \end{cases}$ A $\begin{cases} A^f(25, 100) \\ A^h(-,50) \end{cases}$

Indication ; on suit qu'une droite est parallèle à un plan si elle est parallèle à une droite de ce plan. Il suffit donc de mener la droite m soit parallèle à c, soit parallèle à d.

18. Dessiner par un point k donné, une droite parallèle à une droite horizontale h d'un plan donné (c,d) et située à 50mm au-dessus du plan H. les droites c et d sont parallèles. Cadre 80 x 130

c $\begin{cases} c^f(0, 130)(80, 80) \\ c^h(0,5)(80,40) \end{cases}$ d $\begin{cases} d^f(80, 95)(-, -) \\ d^h(80,50)(-,-) \end{cases}$ k $\begin{cases} k^f(40, 85) \\ k^h(-,50) \end{cases}$

19. Dessiner les projections d'un plan vertical ɣ formant un angle de 30° avec le plan F (ouverture de l'angle à droite) et contenant un segment AB tel que A soit situé à 15mm et B à 22mm au-dessus du plan H. B est situé à 25mm à droite de A

20. Dessiner les projections d'un plan debout B passant par le point A donné et formant un angle de 45° avec le plan H (ouverture de l'angle à gauche) point A : hauteur : 26mm, éloignement : 20mm.

21. Etant données les droites particulières suivantes : horizontales, frontale, debout, verticale, de profil, parallèle à LT. Les quelles peuvent être tracées :
    1) Dans un plan horizontal ?
    2) Dans un plan frontal ?
    3) Dans un plan debout ?
    4) Dans un plan vertical ?
    5) Dans un plan de profil ?

    Justifier votre réponse.

22. On donne les points A, B, et C. déterminer les projections du triangle ABP où P est le point de percée de la droite d passant par A et parallèle à LT dans le plan debout α contenant les points B et C. cadre 100 x 160

    A $\begin{cases} A^f(20, 130) \\ A^h(20,10) \end{cases}$ B $\begin{cases} B^f(43, 105) \\ B^h(43,49) \end{cases}$ C $\begin{cases} C^f(65, 145) \\ C^h(65,30) \end{cases}$

23. On donne la droite a et les points A, Q et R. On demande de déterminer les projections du quadrilatère ABCD sachant que :
    - B est le point de percée de la droite d passant par A et parallèle à la droite a, dans le plan certical b contenant le segment QR.
    - D est le point de percée de la droite a dans le plan horizontal α contenant le point A.
    - C est le point de percée de la droite a dans le plan de profil л contenant le point A..

    Cadre 120 x 180

    A $\begin{cases} A^f(60, 165) \\ A^h(60,19) \end{cases}$ Q $\begin{cases} Q^f(5, 110) \\ Q^h(5,30) \end{cases}$ R $\begin{cases} R^f(105, 130) \\ R^h(105,50) \end{cases}$ a $\begin{cases} a^f(0, 120)\ (120, 170) \\ a^h(0,50)\ (120,15) \end{cases}$

24. Déterminer l'intersection i des plans α et ß si :
    1) α= (h,f) où h est une horizontale et f est une frontale. h et f sont sécantes en S. ß est un plan debout non parallèle à f.
    2) α= (k,d) où k est une droite debout et d est une droite quelconque. k ∩d = A. ß est un plan vertical non parallèle à d.
    3) α= (a,h) où h est une droite horizontale. ß est un frontal.
    4) α= (a,b) où a est parallère à LT et b est quelconque. ß est un plan vertical.
    5) α= (A,d) où d est une droite quelconque. ß est un plan horizontal.

25. Déterminer l'intersection i des plans Ш et л si :
    1) Ш = (a,b) où a et b sont des horizontales. Л est un plan vertical
    2) Ш = (a,b) où a et b sont des horizontales. Л est un plan frontal
    3) Ш = (a,b) où a et b sont des frontales. Л est un plan debout.
    4) Ш = (a,b) où a et b sont des frantales. Л est un plan horizontal
    5) Ш = (a,b) où a est une horizontale et b est une droite parallèle à LT. a ∩ b = S. л est un plar vertical
    6) Ш = (a,b) où a est une frontale et b est une droite parallèle à LT. a ∩b = S

26. On donne trois points A, B et C et un plan debout α contenant le point P donné et formant un angl de 45° avec le plan H (ouverture de l'angle à droite) on demande :
    - De construire l'intersection i du plan (A, B, C) avec le plan α
    - De mener par le point A, la droite d parallèle à i.

    Cadre 120 x 180

    A $\begin{cases} A^f(70, 165) \\ A^h(70,55) \end{cases}$ B $\begin{cases} B^f(40, 125) \\ B^h(40,48) \end{cases}$ C $\begin{cases} C^f(100, 140) \\ C^h(100,18) \end{cases}$ P $\begin{cases} P^f(10, 90) \\ P^h(10,70) \end{cases}$

27. On donne :

- Un plan horizontal γ déterminer par deux droites secantes horizontales d et e ; $d \cap e = A$. La droite d passe par D et la droite e passe par E.
- Un plan debout λ contenant le point M E LT et faisant un angle de 50° avec le plan H.
- Un plan frantal δ situé à 30mm devant le plan F.

On demande de déterminer :

- L'intersection i du plan γ avec le plan δ
- L'intersection t du plan γ avec le plan δ
- L'intersection z de la droite i avec la droite t
- Les projections du triangle z de la droite VWZ sachant que :

V est situé à 30mm à gauche de Z, à 25mm en avant de Z et à 30mm au-dessus de Z.
W est situé à 25mm à droite de Z, à 10mm en arrière de V et à 11mm au-dessous de V.
Cadre 120 x 180

$A \begin{cases} A^f (70, 130) \\ A^h (70,45) \end{cases}$ $D \begin{cases} D^f (30, 130) \\ D^h (30,70) \end{cases}$ $E \begin{cases} E^f (100, 130) \\ E^h (100,65) \end{cases}$ $M \begin{cases} M^f (90, 90) \\ M^h (-, -) \end{cases}$

28. Dessiner dans chacunes des conditions suivantes, les projections d'un carré ABCD situé dans un plan horizontal ß situé à 30mm au-dessus du plan H. ce carré est inscrit dans un cercle centré en O et de rayons 25mm.

Cadre 80 x 130 $O \begin{cases} A^f (70, 130) \\ A^h (70,45) \end{cases}$

1) Si A est le point le plus à gauche, B est le point le plus en arrière, C est le point le plus à droite et D est le point le plus en avant. Une diagonale se trouve sur une droite horizontale h contenue dans ß et passant par le point.

$P \begin{cases} P^f (0, 95) \\ P^h (0,65) \end{cases}$

2) Si les côtés AD et BC sont situés sur des droites debout, A est en arrière de D, C est en avant de B, A est en arrière et à gauche de C.
3) Si les côtés BC et AD sont situés sur des droites parallèles à LT, A est en avant de B et à gauche de D. C est à droite de B.
4) Si
   a) La diagonale AC est située sur une droite parallèle à LT
   b) La diagonale BD est située sur une droite debout, A est à gauche de C, B est en arrière de D.
5) Si la diagonale AC est située sur une droite horizontale m, formant un angle de 60° avec le plan F, (ouverture de l'angle à gauche), A est en avant de C et à gauche de D.

29. Dessiner dans chacun des conditions suivantes, les projections d'un hexagone régulier ABCDEG situé dans le plan frontal de projection F. Cet hexagone est inscrit dans un cercle O et le rayons 25mm

Cadre 80 x 130, $O \begin{cases} O^f (40, 98) \\ O^h (40,-) \end{cases}$

1) Si les côtés AG et CD sont situés sur les droites verticales, A est à gauche de D et au-dessus de G, D est au-dessous de C, E est au-dessous de A, AG est le côté le plus à gauche, CD est le côté le plus à droite.
2) Si les côtés AB et DE sont situés sur des droites parallèles à LT, A est au-dessous de D et à gauche de B, D est à droite de E, G est le point le plus à gauche, C'est le point le plus à droite.

30. Dessiner dans chacune des conditions suivantes, les projections d'un triangle équilatéral ABC situé dans le plan horizontal de projection H. Ce triangle est inscrit dans un cercle O et de rayons 22mm
Cadre : 80 x 160

$$O \begin{cases} O^f (40, -) \\ O^h (40,30) \end{cases}$$

1) Si le point A se trouve à 37mm en avant du plan F et à droite de O. C'est en arrière de B.
2) Si le côté BC est situé sur une droite parallèle à LT, A est le point le plus en arrière, B est le point le plus à droite.
3) Si le côté BC est situé sur une droite debout et est le côté le plus à droite, C'est le plus en avant.

31. On donne :

- Un plan vertical ß : $ß^h$ (0,90), (100,40) ;
- Les points A, B et C situes dans le plan ß :

$$A \begin{cases} A^f (30, 115) \\ A^h (30,-) \end{cases} \quad B \begin{cases} B^f (50, 150) \\ B^h (50,-) \end{cases} \quad C \begin{cases} C^f (75, 130) \\ C^h (75,-) \end{cases}$$

On demande de :

- Déterminer les projections des droites d=AB et e=BC
- Rabattre le plan ß sur le plan horizontal de projection H et de déterminer les positions rabattues des droite d et e.

32. On donne :

- Un plan vertical α : α^h (0,28) (100,90)
- Un plan A appartenant à a :

$$A \begin{cases} A^f (10, 115) \\ A^h (10,-) \end{cases}$$

On demande :

- Déterminer les projections d'un quadrilatère ABCD situé dans le plan α tel que C soit situé à 70mm à droite de A et à 10mm au-dessus de A ; B soit situé à 50mm à gauche de C et à 10mm au-dessous de A ; D soit situé à 15mm à droite de B et sur une horizontale h incluse dans α et située à 60mm au-dessus du plan H
- De rabattre le plan α sur H et de déterminer la position rabattue du quadritère ABCD.

GEOMETRIE ANALYTIQUE

33. DROITE :
1) On donne D et D'les droites d'équations cartésiennes respectives $3x-4y+7 = 0$ et $2x+5y-1 = 0$. Les droites D et D'sont-elles sécantes ? si oui, déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.
2) Normalisez l'équation $3x-4y-1 = 0$ et déterminer la distance de l'origine à cette droite.
3) Quel est le coefficient angulaire d'une perpendiculaire à la droite $y = 2x$, en axes cartésiens d'angle θ vaut $\frac{\pi}{3}$

34. LIEUX GEOMETRIQUES
1) On donne en coordonnées polaires les points A (1,0) et B (1, π). Déterminer le lieu de points P (P, ω) dont le produit de distances à A et à B vaut l'unité (1).
2) Soient A (2,0) et B (8,0). Déterminer ou trouver l'équation de lieu des points M tels que 2AM = BM

35. Les coniques
1) Déterminer l'équation de l'axe de la parabole si on donne la parabole de l'équation $2x^2-y-7x+6=0$
2) On donne la parabole d'équation $x^2+2xy+y^2+2y+1=0$. Trouver les coordonnées du foyer de cette parabole.
3) Déterminer l'équation de la tangente au cercle $x^2+y^2=5$ au point d'abscisse 1 et d'ordonnée négative.
4) On donne le point P (2, -3) et on considère un point A variable sur le cercle $x^2+y^2=5$. Quel est l'équation du lieu engendré par le milieu de P A.